# *Έλληνες γεωμέτρες,*

## *από τον Ευκλείδη στον Τεύκρο Μιχαηλίδη*

Ο Ευκλείδης και οι συνεχιστές του στην Επιστήμη και την Τέχνη

**Ομάδα εργασίας:**

Άγο Έλις
Γκογιάννος Γιάννης
Καλέγιας Νίκος
Καλύβας Αριστοτέλης
Λιάπης Σπύρος
Λώλη Αφροδίτη
Πασαμιχάλη Εμμανουέλα
Σιώρης Νίκος
Φουνταράς Νίκος
Χαλογιάννη Ολυμπία

**Επόπτες καθηγητές:**

Χρήστος Τάτσης, μαθηματικός
Παρασκευή Λάζου, φιλόλογος

## *Αντί εισαγωγής*

Μια μέρα, σε μια αίθουσα…

- Στις προτάσεις που ακολουθούν να αναγνωριστούν οι τύποι του ρήματος ειμι. Σ' ακούμε, Ελένη.
- «Μηδεις αγεωμέτρητος εισίτω». Το «εισίτω» είναι τρίτο ενικό πρόσωπο Προστακτικής Ενεστώτα του ρήματος είσειμι – εισέρχομαι.
- Σωστά!
- Τι σημαίνει, κυρία;
- Θα ήθελε κάποιος ν' απαντήσει; Σ' ακούμε, Γιάννη!
- «Να μη μπει κανείς αγεωμέτρητος … δηλαδή χωρίς να ξέρει γεωμετρία»
- Ποιος το λέει;
- «Μηδεις αγεωμέτρητος εισίτω μου την στέγην» λέγεται πως ήταν η επιγραφή της σχολής του Πυθαγόρα, αργότερα του Πλάτωνα και άλλων.
- Γιατί προϋπόθεση η Γεωμετρία;
- Ιδού ένα ερώτημα προς διερεύνηση!
- Ερευνητική εργασία, κυρία;
- Ερευνητική εργασία. Γιατί όχι;

## *Πρόλογος*

Όταν αρχίσαμε την έρευνά μας γύρω από το ερώτημα «γιατί να είναι η γνώση της Γεωμετρίας προαπαιτούμενο της εισόδου στη σχολή του Πυθαγόρα και αργότερα του Πλάτωνα και άλλων», θεωρήσαμε ανάγκη να εξετάσουμε τη χρήση της ίδιας της λέξης «γεωμετρία» στα κείμενα.

Διαπιστώσαμε λοιπόν πως η λέξη απαντάται για πρώτη φορά στον Ηρόδοτο (Β 109). Σύμφωνα με τις πληροφορίες του Ηρόδοτου[1] λοιπόν οι Αιγύπτιοι και οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν πρακτικά τη γεωμετρία. Επιστήμη ποιοι την κατέστησαν; Οι Έλληνες με πρώτο το Θαλή. Όμως η έννοια της αυστηρής απόδειξης, που δεν απασχόλησε τους μαθηματικούς άλλων πολιτισμών, αλλά αναπτύχθηκε μόνο από τους Έλληνες, καθιερώθηκε από τον Ευκλείδη, με το έργο του «Στοιχεία» (300 π.Χ.)

Από αυτή την προσφορά του Ευκλείδη ξεκινήσαμε λοιπόν και προχωρήσαμε στους συνεχιστές του, Έλληνες γεωμέτρες, από τον Απολλώνιο τον Περγαίο μέχρι τον Δημήτριο Χριστοδούλου και τον Τεύκρο Μιχαηλίδη, και τη δική τους συμβολή στις Επιστήμες του Λόγου αλλά και στην τέχνη του Λόγου, καθώς πιστεύουμε πια ότι η ανάγκη του ανθρώπου «να μετρήσει τη γη του», να προσδιορίσει το χώρο που του ορίστηκε να ζει και τη θέση του σ’ αυτόν, δε βρίσκει ανακούφιση παρά στα Μαθηματικά και την Ποίηση.

---

[1] *«Αν ο ποταμός παρέσερνε ένα μέρος από το χωράφι κάποιου, τότε αυτός πήγαινε στο βασιλιά και το έλεγε. Ο βασιλιάς έστελνε ανθρώπους του να το ελέγξουν και ανάλογα με το πόσο χάθηκε, ελαττωνόταν και ο φόρος. Νομίζω ότι από αυτό προέρχεται και η εφεύρεση της γεωμετρίας που αργότερα μεταδόθηκε στην Ελλάδα. Τον πόλο (ηλιακό ρολόι), το γνώμονα και τα δώδεκα μέρη της ημέρας οι έλληνες τα έμαθαν από τους Βαβυλωνίους».* Μετάφραση Λευτέρη Δρακόπουλου, εκδ. Επικαιρότητα, 1998

*«Δύο μεθόδους έχει ο άνθρωπος για να προσεγγίσει την ομορφιά: τα μαθηματικά και την Ποίηση»*

Κάρλ Χάιζενμπεργκ

Αν είναι ο **Ευκλείδης** ο θεμελιωτής της Γεωμετρίας ως επιστήμης, πώς είναι τα θεμέλια που έθεσε; Ποιος είναι ο ξεχωριστός χαρακτήρας και οι ιδιότητές τους;

Ανατρέξαμε στα «Στοιχεία» του, το σημαντικότερο έργο του[2], το περιεχόμενο του οποίου όμως δεν είναι έργο δικό του ή μάλλον δεν είναι μόνο δικό του, αλλά «στηρίζεται στο έργο όλων των μαθηματικών και φιλοσόφων που προηγήθηκαν και είναι αποτέλεσμα των μεγάλων προσπαθειών, των επινοήσεων και του έργου που παρήχθη για 300 συνεχή χρόνια (από το 600 μέχρι το 300 π.Χ.) από όλους τους κορυφαίους φιλοσόφους που έζησαν, εργάστηκαν μεγαλούργησαν όλη αυτή την καταπληκτικά γόνιμη για την επιστήμη εποχή.

»Εκείνο που έκαμε ο Ευκλείδης ήταν και πρωτότυπο και πάρα πολύ σημαντικό. Συγκέντρωσε τα έργα των μεγάλων μαθηματικών και φιλοσόφων που είχαν προηγηθεί, ταξινόμησε την ύλη τους που αναφέρεται σε θέματα Γεωμετρίας και θεωρίας αριθμών, την ανέλυσε, τη συμπλήρωσε, την ιεράρχησε και την ενέταξε μέσα σ' ένα νέο και καταπληκτικό μαθηματικό σύστημα που ο ίδιος δημιούργησε … Δημιούργησε έτσι, για πρώτη φορά στην ιστορία της ανθρωπότητας, ένα αξιωματικό μαθηματικό σύστημα, το οποίο ισχύει μέχρι σήμερα με ελάχιστες μόνο διαφοροποιήσεις…»[3]

Κι όταν λέμε ότι ο τρόπος σκέψης και η αντίληψη για τη γεωμετρική απόδειξη επηρέασε όχι μόνο όλους –σχεδόν- τους μεγάλους μαθηματικούς και επιστήμονες που ακολούθησαν αλλά και φιλοσόφους, τι εννοούμε; Γιατί ο Σπινόζα, αξιοποίησε τα «Στοιχεία» ως πρότυπο της *Ηθικής* του (1677), της οποίας ο πλήρης τίτλος είναι *Ethica more geometrico demostrata*[4], ή γιατί ο Καντ πίστεψε τόσο στην παγκόσμια αξία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και οδηγήθηκε από αυτή την πίστη στην υπερβατική αισθητική, η οποία διαπνέει όλες τις θεωρίες του πάνω στη γνώση και την αντίληψη[5];

Προσπαθήσαμε λοιπόν να εξετάσουμε το έργο αυτό του Ευκλείδη πρώτα «μακροσκοπικά» και έπειτα «μικροσκοπικά», να περιεργαστούμε δηλαδή πρώτα τα περιεχόμενα των βιβλίων, μετά να παρακολουθήσουμε χωριστά καθεμιά από τις κατηγορίες των περιεχόμενων, δηλ. ορισμούς, αιτήματα, κοινές έννοιες (αξιώματα) και προτάσεις (θεωρήματα) και τέλος να μελετήσουμε μερικά δείγματα κάθε κατηγορίας:

Το πρώτο βιβλίο περιλαμβάνει 23 ορισμούς, 5 αιτήματα, 9 κοινές έννοιες και 48 προτάσεις, από τις οποίες η ενότητα 1 – 26 αποτελούν τη Γεωμετρία των σημείων, των γραμμών, των γωνιών και των τριγώνων, η ενότητα 27 – 34 τη Γεωμετρία των παραλλήλων και αυτή των 35 – 48 αναφέρεται στη θεωρία των εμβαδών, που ολοκληρώνεται στα επόμενα βιβλία. Το δεύτερο βιβλίο, το μικρότερο αλλά πιο σημαντικό, καθώς εισάγει τη γεωμετρική άλγεβρα των Ελλήνων και ορίζει το γνώμονα, περιλαμβάνει 2 ορισμούς και 14 προτάσεις. Θα μας απασχολήσει ιδιαίτερα η $11^{η}$, που αφορά στο πρόβλημα της *χρυσής τομής*. Το τρίτο βιβλίο αναφέρεται στον κύκλο και στα στοιχεία του, στις σχέσεις ευθείας και κύκλου και στις σχέσεις που μπορούν να έχουν οι κύκλοι μεταξύ τους. Περιέχει 11 ορισμούς και 37 προτάσεις, η $16^{η}$ από τις οποίες εισάγει την έννοια της κερατοειδούς γωνίας. Το τέταρτο αποτελείται από 7 ορισμούς και 16 προτάσεις, που αναφέρονται στην εγγραφή και περιγραφή σε κύκλο ευθύγραμμων σχημάτων και στην κατασκευή κανονικών πολύγωνων εγγεγραμμένων σε κύκλο με πλευρές 3, 4, 5, 6 και 15. Το πέμπτο, «το πιο σημαντικό και το πιο χρησιμοποιημένο από όλα»[6] περιέχει 18 ορισμούς και 25 προτάσεις. Το έκτο βιβλίο, επίσης σημαντικό, περιέχει 5 ορισμούς και 33 προτάσεις, από τις ποίες η $31^{η}$ είναι μια

---

[2] «το πρώτο μείζον μαθηματικό κείμενο που έχει διασωθεί», σύμφωνα με μια συγκρατημένη έκφραση του G.E.R. Lloyd στο *Αρχαία Ελληνική Επιστήμη*, Πανεπιστημικές Εκδόσεις Κρήτης, 2005, σ. 39.

[3] Ευκλείδη «Στοιχεία», Σύγχρονη απόδοση με εισαγωγή και σχολιασμό, έκδοση του Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., τ. 1, σσ. 14 – 15.

[4] Κυκλοφορεί σε νέα έκδοση από τον οίκο *Εκκρεμές*. Μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι ο Σπινόζα παρουσιάζει το έργο με τη μορφή των *Στοιχείων*, με ορισμούς, αξιώματα, τα οποία πίστευε ότι ταυτίζονταν με τις σκέψεις του Θεού και με τα οποία έκτισε ολόκληρο μεταφυσικό οικοδόμημα, και προτάσεις με τις αποδείξεις τους η καθεμιά στην προσπάθειά του να παρουσιάζει και μια ηθική τόσο τακτοποιημένη όσο και τα μαθηματικά.

[5] Ευκλείδη «Στοιχεία», όπ. παρ. σ. 15.

[6] Όπ. παρ. σ. 30.

«θαυμάσια γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος»[7]. Το έβδομο αρχίζει με 23 ορισμούς, από τους οποίους ο τελευταίος εισάγει την έννοια του τέλειου αριθμού, και συνεχίζει με τη διατύπωση και απόδειξη 39 προτάσεων. Σ' αυτό αναπτύσσεται η θεωρία των αναλογιών με αριθμούς, η οποία συνεχίζεται και στα επόμενα αριθμητικά βιβλία. Το όγδοο βιβλίο περιέχει 27 προτάσεις και αναφέρεται σε σειρές αριθμών, συνεχείς αναλογίες και στη Γεωμετρία των αριθμών. Το ένατο περιέχει 36 προτάσεις, μερικές από τις οποίες είναι εξαιρετικά σημαντικές, όπως η 35η που μας δίνει το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου. Το δέκατο, το εκτενέστερο βιβλίο, περιλαμβάνει 115 προτάσεις που αναφέρονται στα ασύμμετρα μεγέθη, η πρώτη από τις οποίες είναι η μέθοδος της εξάντλησης. Τα τρία τελευταία βιβλία αποτελούν τη Στερεομετρία: το 11ο περιέχει 28 ορισμούς, που αναφέρονται στις γωνίες του χώρου, στην παραλληλία στο χώρο και στα βασικά στερεά, τα πολύεδρα, τον κύλινδρο, τον κώνο και τη σφαίρα, και 39 προτάσεις, που εξετάζουν τις σχέσεις ευθείας και επιπέδου, τις σχέσεις επιπέδων μεταξύ τους. Το 12ο περιέχει 18 προτάσεις, που αναφέρονται κυρίως στις σχέσεις των στερεών γεωμετρικών σχημάτων. Το 13ο περιέχει 18 προτάσεις: στις πρώτες γίνεται εγγραφή σε κύκλο των κανονικών πολυγώνων που δεν ολοκληρώθηκαν στο 5ο βιβλίο και οι υπόλοιπες ασχολούνται με την εγγραφή σε σφαίρα των κανονικών στερεών, πυραμίδας, οκταέδρου, κύβου, εικοσαέδρου και δωδεκαέδρου, που είναι γνωστά ως «πλατωνικά στερεά», καθώς αναφέρονται στον *«Τίμαιο»*.

Τα θεμέλια του έργου, τη γλώσσα της θεωρίας του, αποτελούν οι ορισμοί, τα αιτήματα και οι κοινές έννοιες:

Οι 121 **ορισμοί**, αρκετά περιορισμένοι σε αριθμό, αφού ο Ευκλείδης δε θεωρεί αναγκαίο να ορίσει ούτε βασικά αντικείμενα ή έννοιες, είναι επεξηγήσεις ή υποθέσεις ή παραδοχές, που προϋποθέτουν την ύπαρξη των αντικειμένων, τουλάχιστον οι πρώτοι, κατά το πρότυπο της Αριστοτελικής Λογικής.

Τα 5 **αιτήματα**, με τα οποία προσπαθεί να αποδείξει την ύπαρξη των γεωμετρικών μεγεθών και να διατυπώσει τις ιδιότητές τους και τις σχέσεις που τα διέπουν: το πρώτο λέει ότι από δύο σημεία διέρχεται μόνο μια ευθεία, το δεύτερο ότι κάθε πεπερασμένη ευθεία προεκτείνεται συνεχώς και ευθύγραμμα και προς τα δύο άκρα της, το τρίτο ότι με κάθε κέντρο και κάθε ακτίνα μπορεί να γραφεί κύκλος, το τέταρτο πως όλες οι ορθές γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους και το πέμπτο είναι το περίφημο *αίτημα των παραλλήλων* που θα απασχολήσει πολλούς επιστήμονες από την αρχαιότητα μέχρι το 19ο αι., σύμφωνα με το οποίο *«αν μια ευθεία τέμνει δύο άλλες και σχηματίζει τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες να έχουν άθροισμα μικρότερο από δύο ορθές, τότε οι ευθείες όταν προεκταθούν επ' άπειρον θα συναντηθούν προς το μέρος που σχηματίζονται οι μικρότερες των δύο ορθών γωνίες»*. Είναι αυτό που πίστευαν αρκετοί πως θα μπορούσε να αποδειχθεί και πως η Ευκλείδεια Γεωμετρία θα μπορούσε να θεμελιωθεί αξιωματικά χωρίς αυτό. Πρώτος προσπάθησε να το αποδείξει ο Πτολεμαίος, έπειτα ο Πρόκλος. «Οι προσπάθειες ήταν πολλές και μακρόχρονες με το ίδιο πάντα αρνητικό αποτέλεσμα. Ο Saccheri στο έργο του *«Euklides ab omni naevo Vindicatus»* (1773) προσπαθεί να διερευνήσει ποια θα ήταν η Γεωμετρία χωρίς το Ευκλείδειο αίτημα. Φαίνεται να είχε συνειδητοποιήσει ότι δεν μπορούσε να υπάρξει άλλη Γεωμετρία δίπλα σε αυτή που θεμελίωσε ο Ευκλείδης. Όπως είναι γνωστό, οι προσπάθειες συνεχίστηκαν κυρίως κατά τον 18ο και 19ο αιώνα από διάφορους αξιόλογους μαθηματικούς της εποχής, και οδήγησαν στη δημιουργία άλλων *μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών*. Ο Lobachevski (1826), ο Bolyai (1832) και ο Riemann (1854) ήταν μερικοί από τους δημιουργούς των *μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών.*»[8].

Οι **κοινές έννοιες – αξιώματα** εμφανίζονται ως συνέπειες αιτημάτων. Π.χ. η κοινή έννοια «δύο ευθείες δεν περικλείουν μια επιφάνεια» είναι συνέπεια του αιτήματος 1.

---

[7] Όπ. παρ. σ. 32.

[8] Όπ. παρ. σ. 32.

Εφαρμόζονται και σε άλλες επιστήμες (π.χ. «όταν σε ίσα προσθέτουμε ίσα προκύπτουν ίσα») και ίσως γι' αυτό ονομάστηκαν κοινές έννοιες.

Οι **προτάσεις** είναι κατανεμημένες σε όλα τα βιβλία, αλλά οι περισσότερες, 115, περιέχονται στο 10$^{ο}$, περί των ασύμμετρων αριθμών. Το πρώτο περιέχει 48, το έβδομο 39 και το ένατο 39. Κάθε πλήρης πρόταση περιλαμβάνει τη *διατύπωση* (*εκφώνηση*), χωρίς γράμματα ή σύμβολα, την *έκθεση*, δηλ, ανάλυση των δεδομένων και αναπαράσταση με σχήμα με τα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου, τους *προσδιορισμούς*, την *κατασκευή*, όπου είναι ανάγκη, και με προσθήκες στο σχήμα, την *απόδειξη* ή *επίδειξη* και το *συμπέρασμα*. Ακόμη και στις προτάσεις, στις οποίες δεν ακολουθούνται όλα τα βήματα, η εκφώνηση, η ανάλυση, η απόδειξη και το συμπέρασμα υπάρχουν. Όταν πρόκειται για απόδειξη αναγράφεται η πρόταση «όπερ έδει δείξαι» (ό.έ.δ.), που σημαίνει «εκείνο που έπρεπε να αποδειχθεί αποδείχθηκε», ενώ όταν πρόκειται για κατασκευή αναγράφεται η πρόταση «όπερ έδει ποιήσαι» (ό.έ.π.), που σημαίνει «εκείνο που έπρεπε να κατασκευαστεί κατασκευάστηκε».

Παρατηρούμε ότι ακολουθούνται όλες σχεδόν οι μέθοδοι απόδειξης που χρησιμοποιούμε σήμερα: *συνεπαγωγή* (στην απόδειξη των προτάσεων πολύ συχνά), *συνθετική* (κυρίως αυτή χρησιμοποιείται) , *αναλυτική μέθοδος* (σπανιότερα), *της εις άτοπον απαγωγής* (συχνά), *της τέλειας επαγωγής* (επίσης συχνά). Θα άξιζε να επιμείνουμε στη συνθετική πορεία του Ευκλείδη: ξεκινά από τα δεδομένα και ακολουθώντας επαγωγική διαδικασία, με τη βοήθεια των ορισμών, των αιτημάτων και των αξιωμάτων και των προτάσεων, που έχουν αποδειχθεί προηγουμένως, καταλήγει στο ζητούμενο αποτέλεσμα.

Οι προτάσεις που μας απασχόλησαν ως προς τη γλώσσα και τη μορφοσυντακτική δομή τους ήταν κυρίως οι προτάσεις 47 του πρώτου βιβλίου και 11 του δεύτερου: το *Πυθαγόρειο θεώρημα* και το λεγόμενο από τους νεότερους πρόβλημα *της χρυσής τομής* (*διαίρεσης ευθύγραμμου τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο* κατά τον ίδιο τον Ευκλείδη) αντίστοιχα. Μιας και το κείμενο και μετάφραση του πρώτου από το Σταύρο Τσιτσιρίδη μπορεί κανείς να απολαύσει στον τρίτο τόμο της *Ανθολογίας της Α. Ε. Γραμματείας*[9] του Ο.Ε.Δ.Β. που υπάρχει σε όλα τα σχολεία, θα παραθέσουμε το δεύτερο[10], που άλλωστε αποτελεί και ένα από τα ερεθίσματα νέας ερευνητικής εργασίας του σχολείου μας**.** Το θεώρημα αυτό, που θεωρείται εύρημα των πυθαγορείων, αποτελεί τη βάση πάρα πολλών αρχιτεκτονικών κατασκευών (της Ακρόπολης των Αθηνών, των ελληνικών θεάτρων κ.λπ.), ερευνήθηκε και προσέχθηκε ιδιαίτερα από τον Μιχαήλ Άγγελο και άλλους στη ζωγραφική, αργότερα και στην Ψυχολογία από τον Φέχνερ:

*«Την δοθείσαν ευθείαν τεμείν ώστε το υπό της όλης και του ετέρου των τμημάτων περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον είναι τω υπό του λοιπού τμήματος τετραγώνω.*

*Έστω η δοθείσα ευθεία η ΑΒ. Δει δη την ΑΒ τεμείν ώστε το υπό της όλης και του ετέρου των τμημάτων περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον είναι τω από του λοιπού τμήματος τετραγώνω.*

*Αναγεγράφθω γαρ από της ΑΒ τετράγωνον το ΑΒΓΔ, και τετμήσθω η ΑΓ δίχα κατά το Ε σημείον, και επεζεύχθω η ΒΕ, και διήχθω η ΓΑ επί το Ζ, και κείσθω τη ΒΕ ίση η ΕΖ, και αναγεγράφθω από της ΑΖ τετράγωνον το ΖΘ, των ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον ποιειν τω από της ΑΘ τετραγώνω.*

*Επει γαρ ευθεια η ΑΓ τέτμηται δίχα κατά το Ε, πρόσκειται δε αυτή η ΖΑ, το άρα υπο των ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ορθογώνιον μετα του από της ΑΕ τετραγώνου ίσον εστί  τω από της· το άρα υπο*

---

[9] σ. 232 - 235

[10] Δυστυχώς, επειδή χρησιμοποιήσαμε διαφορετικούς υπολογιστές και λογισμικά των προγραμμάτων, δεν περιλάβαμε στο κοινό τελικό μας παραδοτέο την πρωτότυπη πολυτονική μορφή του κειμένου του Ευκλείδη.

*των ΓΖ, ΖΑ μετά του από της ΑΕ ίσον εστι τω από ΕΒ· αλλα τω από ΕΒ ίσα εστι τα από των ΒΑ, ΑΕ· κοινον αφηρήσθω το από της ΑΕ· λοιπόν άρα το υπο των ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον εστί τω από της ΑΒ τετραγώνω. Και εστί το μεν υπό των ΓΖ, ΖΑ το ΖΚ· ίση γαρ η ΑΖ τη ΖΗ· το δε από της ΑΒ το ΑΔ· το άρα ΖΚ ίσον εστι τω ΑΔ. Κοινόν αφηρήσθω το ΑΚ· λοπόν άρα το ΖΘ τω ΘΔ ίσον εστιν. Και εστι το μεν ΘΔ το υπό των ΑΒ, ΘΒ·ίση γαρ η ΑΒ τη ΒΔ· το δε ΖΘ το από της ΑΘ·το άρα υπό των ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον εστί τω από ΘΑ τετραγώνω.*

*Η άρα δοθείσα ευθεία η ΑΒ τέτμηται κατά το Θ ώστε το υπό των ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ορθογώνιον ίσον ποιειν τω από της ΘΑ τετραγώνω· όπερ έδει ποιήσαι».*

Ακολουθεί η συντακτική σειρά των λέξεων, στην οποία καταλήξαμε μετά την ανάλυση του κειμένου, και μια προσπάθεια μετάφρασής της στα νέα ελληνικά[11]:

| | |
|---|---|
| *Τεμείν την δοθείσαν ευθείαν* | Να τμήσουμε τη δοσμένη ευθεία |
| *ώστε το ορθογώνιον το περιεχόμενον* | ώστε το ορθογώνιο που περιέχεται |
| *υπό της όλης και του ετέρου των τμημάτων* | από ολόκληρη και από το άλλο τμήμα |
| *είναι ίσον τω τετραγώνω* | να είναι ίσο με το τετράγωνο |
| *από του λοιπού τμήματος.* | που σχηματίζεται από το υπόλοιπο τμήμα. |
| *Έστω η δοθείσα ευθεία η ΑΒ·* | Έστω η δοσμένη ευθεία ΑΒ· |
| *δει δη τεμειν την ΑΒ* | πρέπει λοιπόν να τμήσουμε την ΑΒ |
| *ώστε το ορθογώνιον το περιεχόμενον* | ώστε το ορθογώνιο που περιέχεται |
| *υπό της όλης και του ετέρου των τμημάτων* | από ολόκληρη και από το άλλο τμήμα |
| *είναι ίσον τω τετραγώνω* | να είναι ίσο με το τετράγωνο |
| *από του λοιπού τμήματος.* | που σχηματίζεται από το υπόλοιπο τμήμα. |
| *Αναγεγράφθω γαρ το τετράγωνον ΑΒΔΓ* | Ας αναγραφεί δηλ. το τετράγωνο ΑΒΔΓ |
| *από της ΑΒ* , | από την ΑΒ, |
| *και τετμήσθω η ΑΓ* | και ας τμηθεί η ΑΓ |
| *δίχα κατά το σημείον Ε,* | σε δύο μέρη στο σημείο Ε, |
| *και επεζεύχθω η ΒΕ,* | κι ας ενωθεί το σημείο Β με το σημείο Ε, |
| *και διήχθω η ΓΑ επί το Ζ,* | και ας προεκταθεί η ΓΑ στο Ζ |
| *και κείσθω η ΕΖ ίση τη ΒΕ* (:δοτ. αντ.) | και ας τεθεί η ΕΖ ίση με τη ΒΕ |
| *και αναγεγράφθω το τετράγωνον ΖΘ* | και ας αναγραφεί το τετράγωνο ΖΘ |
| *από της ΑΖ* | από την ΑΖ, |
| *και διήχθω η ΗΘ επί το Κ·* | και ας προεκταθεί η ΗΘ στο Κ· |
| *λέγω ότι η ΑΒ τέτμηται κατά το Θ,* | εννοώ ότι η ΑΒ έχει τμηθεί στο Θ, |
| *ώστε ποιειν το ορθογώνιον* | ώστε να κάνουμε το ορθογώνιο |
| *το περιεχόμενον* | που περιέχεται (:ορίζεται) |
| *υπό των ΑΒ, ΒΘ* | από τις ΑΒ και ΒΘ |
| *ίσον τω τετραγώνω από της ΑΘ* | ίσο με το τετράγωνο που σχηματίζεται από την ΑΘ |

[11] Ελεύθερη απόδοση και παραπομπή σε σχήμα υπάρχει στο παράρτημα.

| | |
|---|---|
| *Επει γαρ η ευθεία ΑΓ τέτμηται* | Επειδή δηλ. η ευθεία ΑΓ έχει τμηθεί |
| *δίχα κατά το Ε,* | σε δύο μέρη στο Ε, |
| *πρόσκειται δε αυτή (δοτ. ως αντ.)* | και έχει προστεθεί σ' αυτή |
| *η ΖΑ,* | η ΖΑ, |
| *άρα το ορθογώνιον το περιεχόμενον* | <άρα> το ορθογώνιο που περιέχεται |
| *υπό των ΓΖ, ΖΑ* | από τις ΓΖ και ΖΑ |
| *μετά του τετραγώνου από της ΑΕ* | μαζί με το τετράγωνο από την ΑΕ |
| | (:πλευράς ΑΕ) |
| *εστι ίσον* | είναι ίσο |
| *τω τετραγώνω από της ΕΖ .* | με το τετράγωνο από την ΕΖ. |
| | (:πλευράς ΕΖ). |
| *Η ΕΖ ίση δε τη ΕΒ (:δοτ. αντ.) ·* | Η δε ΕΖ είναι ίση με την ΕΒ· |
| *άρα το υπό των ΓΖ, ΖΑ* | άρα εκείνο από τις ΓΖ και ΖΑ |
| | (: που ορίζεται από τις ΓΖ και ΖΑ) |
| *μετά του από της ΑΕ* | μαζί με εκείνο από την ΑΕ |
| | (: πλευράς ΑΕ) |
| *εστι ίσον τω από ΕΒ.* | είναι ίσο με εκείνο από την ΕΒ |
| | (: πλευράς ΑΕ). |
| *Αλλά τα από των ΒΑ, ΑΕ* | Αλλά εκείνα από τις ΒΑ και ΑΕ |
| *ίσα εστι τω από ΕΒ* | είναι ίσα με εκείνο από την ΕΒ |
| *η γωνία γαρ προς τω Α ορθή* | γιατί η γωνία στο Α |
| | (:με κορυφή το Α) |
| | είναι ορθή, |
| *άρα το υπό των ΓΖ, ΖΑ* | άρα το από τις ΓΖ και ΖΑ |
| *μετά του από της ΑΕ* | μαζί με το από την ΑΕ |
| *ίσον εστι τοις από των ΒΑ, ΑΕ.* | είναι ίσο με τα από τις ΒΑ και ΑΕ. |
| *Αφηρήσθω κοινόν το από της ΑΕ·* | Ας αφαιρεθεί κοινό το από την ΑΕ· |
| *το λοιπόν άρα ορθογώνιον* | το υπόλοιπο άρα ορθογώνιο |
| *το περιεχόμενον υπό των ΓΖ, ΖΑ* | που περιέχεται από τις ΓΖ και ΖΑ |
| *εστι ίσον τω τετραγώνω από της ΑΒ.* | είναι ίσο με το τετράγωνο από την ΑΒ. |
| *και έστι το μεν υπό των ΓΖ, ΖΑ το ΖΚ* | και είναι το ένα, από τις ΓΖ και ΖΑ, το ΖΚ |
| *ίση γαρ η ΑΖ τη ΖΗ ·* | γιατί η ΑΖ είναι ίση με την ΖΗ· |
| *το δε από της ΑΒ το ΑΔ·* | ενώ από την ΑΒ (είναι) το ΑΔ· |
| *άρα το ΖΚ ίσον εστί τω ΑΔ.* | άρα το ΖΚ είναι ίσο με το ΑΔ. |
| *Κοινόν αφηρήσθω το ΑΚ·* | Ας αφαιρεθεί κοινό το ΑΚ· |
| *άρα λοιπόν το ΖΘ εστίν ίσον τω ΘΔ* | άρα το υπόλοιπο ΖΘ είναι ίσο με το ΘΔ |
| *και έστι το μεν ΘΔ το υπό των ΑΒ, ΒΘ* | και είναι το ένα το από τις ΑΒ και ΒΘ |
| *το δε ΖΒ το από της ΑΘ* | και το άλλο, ΖΒ, αυτό από την ΑΘ |
| *άρα το ορθογώνιον το περιεχόμενον* | άρα το ορθογώνιο που περιέχεται |
| *υπό των ΑΒ, ΒΘ* | από τις ΑΒ και ΒΘ |
| *εστίν ίσον τω τετραγώνω από ΘΑ.* | είναι ίσο με το τετράγωνο από τη ΘΑ. |
| *Άρα η δοθείσα ευθεία ΑΒ τέτμηται* | Άρα η δοσμένη ευθεία ΑΒ έχει τμηθεί |
| *κατά το Θ* | στο Θ |
| *ώστε ποιειν το ορθογώνιον* | ώστε να κατασκευάσουμε το ορθογώνιο |
| *υπό των ΑΒ, ΒΘ* | από τις ΑΒ και ΒΘ |
| *ίσον τω τετραγώνω από της ΘΑ* | ίσο με το τετράγωνο από τη ΘΑ |
| *όπερ έδει ποιήσαι* | όπερ έδει ποιήσαι. |

Θεωρούμε λοιπόν ότι η χειρουργική ακρίβεια και η εκφραστική λιτότητα που χαρακτηρίζουν την εξωτερική δομή και εσωτερική διατύπωση της *προτάσεως* αιτιολογούν την αξιοποίηση του έργου του Ευκλείδη από τους μεταγενέστερους – ακόμη και ηθικούς φιλοσόφους - ως υποδείγματος επιστημονικής απόδειξης: διακρίνει κανείς τη γεμάτη αυτοπεποίθηση αλλά και νηφαλιότητα αποφασιστικότητα του Ορθού Λόγου που μπορεί να εγγυηθεί ένα στέρεο, ασφαλές επιστημονικό οικοδόμημα.

Από την έκφρασή του όμως δεν απουσιάζει ούτε η κομψότητα της γραμματικής ορθότητας (λ.χ. αυστηρή χρήση προστακτικών Παρακειμένου) και της συντακτικής ακεραιότητας (σε συμμετρική τοποθέτηση στις προτάσεις). Εναρμονίζονται μάλιστα τόσο «εμμελώς» - κατά το πλατωνικό ιδεώδες - ώστε μοιάζει η χάρη της έκφρασης να αποδίδει τέλεια τη δύναμη του πνεύματος. Τόση ποίηση στο «ποιήσαι»!

Οι αριθμητικοί υπολογισμοί λείπουν εντελώς από τα «Στοιχεία», καθώς δεν έχουν καμιά σχέση με την αγωγή των νέων και την επιστήμη σύμφωνα με τις αντιλήψεις της εποχής εκείνης. Είναι υπόθεση των καθημερινών αναγκών και της τεχνικής, έργο των γραμματοδιδασκάλων.

Τα σχήματα των «Στοιχείων» σχεδιάζονται μόνο με κανόνα και διαβήτη. Τις κωνικές τομές, που είναι καμπύλες που δεν «γράφονται» με διαβήτη, τις πραγματεύθηκε ο Ευκλείδης στο χαμένο έργο του «Στοιχεία κωνικών τομών», αν και στα «Στοιχεία» περιέχονται τα τρία βασικά θεωρήματα περί κωνικών τομών.

Τα «Κωνικά» του **Απολλώνιου**, *Μεγάλου Γεωμέτρη* κατά τους συγχρόνους του, που περιλαμβάνουν τη μελέτη των κωνικών τομών, θεωρούνταν τα ανώτερα μαθηματικά των αρχαίων Ελλήνων.

Με τον όρο κωνικές τομές, εννοούμε τα γεωμετρικά σχήματα *παραβολή*, *έλλειψη* και *υπερβολή*, που προκύπτουν όταν ένας κώνος τμηθεί με διάφορους τρόπους από ένα επίπεδο. Η μελέτη τους είχε την αφετηρία της στη γεωμετρική έρευνα για την παράθεση σε μια ευθεία μιας ευθύγραμμης επιφάνειας. Κάτι τέτοιο το πληροφορούμαστε από τον Πρόκλο, ο οποίος στα σχόλιά του στο πρώτο βιβλίο των «Στοιχείων» γράφει:«Έστι μεν αρχαία, φασίν οι περι τον Εύδημον, και της των Πυθαγορείων μούσης ευρήματα, η τε παραβολή των χωρίων και η υπερβολή και η έλλειψις».

Ο Απολλώνιος, όχι μόνο αντικατέστησε τις παλιές ονομασίες των κωνικών τομών με τους όρους που αναφέραμε, αλλά έδωσε και νέο ορισμό σχηματισμού (γενέσεως) του κώνου, που διαφέρει από αυτόν του Ευκλείδη.

Πρώτος ο Απολλώνιος διέγνωσε ότι και οι τρεις κωνικές τομές είναι δυνατό να παραχθούν από κατάλληλες τομές σε ένα και τον ίδιο κώνο, άσχετα αν αυτός είναι ορθογώνιος, οξυγώνιος ή αμβλυγώνιος. Αν το επίπεδο που τέμνει τον κώνο είναι παράλληλο προς τη μια πλευρά του, η τομή είναι παραβολή· αν δεν είναι κάθετο προς τον άξονα του κώνου, είναι έλλειψη· αν είναι παράλληλο προς τον άξονα του κώνου, είναι υπερβολή[12]. (βλ. σχήμα ΙΙΙ).

Στο έργο του Αλεξανδρινού **Πάππου** *Συναγωγή* (7, 34 κ.κ.) διαβάζουμε ότι ο Απολλώνιος σπούδασε μαθηματικά στην Αλεξάνδρεια. Ο ίδιος ο Πάππος, που έζησε στα τέλη του 3ου αι. μ. Χ., εξέχει ως επιτυχημένος και πολυσχιδής μαθηματικός, άξιος εκπρόσωπος της κλασικής ελληνικής Γεωμετρίας. Το έργο του μάλιστα που αναφέραμε,

---

[12] Thomas L. Heath, Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών, τόμος ΙΙ, Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., 2001, σσ. 166 κ.κ.

συγκέντρωση όλων των μαθηματικών ευρημάτων συμπληρωμένων και σχολιασμένων από τον ίδιο, γράφτηκε προφανώς με σκοπό την
αναβίωσή της.

Το σημαντικότερο βιβλίο της *Συναγωγής* είναι το πέμπτο, που πραγματεύεται τα ισοπεριμετρικά σχήματα, βάση του λογισμού των μεταβολών. Κι αν το περίφημο θεώρημα που φέρει το όνομά του είναι μάλλον γενίκευση μιας ιδέας του Διονυσόδωρου του Μήλιου, ο Πάππος έδωσε δική του λύση στο πρόβλημα των δύο μέσων αναλόγων (Δήλιο πρόβλημα).

Πιθανώς το ενδιαφέρον που κατάφερε να αφυπνίσει ο Πάππος άρχισε σύντομα να τρεμοσβήνει, αλλά για μας το έργο του έχει ανεκτίμητη αξία, καθώς αποτελεί, μετά τα έργα των μεγάλων μαθηματικών που έχουν διασωθεί, την πιο σημαντική από όλες τις πηγές[13].

Ο **Ήρων**, γνωστός ως ο *Αλεξανδρεύς* ή ως ο *μηχανικός*, υπήρξε ένας σχεδόν εγκυκλοπαιδικού τύπου συγγραφέας έργων σχετικών με τα Μαθηματικά και τη Φυσική, ο οποίος στόχευε στην πρακτική χρησιμότητα παρά στη θεωρητική πληρότητα. Τα *Μετρικά* του αρχίζουν με τον παλαιό θρύλο της παραδοσιακής καταγωγής της Γεωμετρίας από την Αίγυπτο, και στη *Διόπτρα* βρίσκουμε ένα από τα κύρια προβλήματα, τη λύση του οποίου επιδίωκε η Γεωμετρία, το πρόβλημα του επανορισμού των ορίων γεωγραφικών εκτάσεων, όταν η πλημμύρα του Νείλου είχε καταστρέψει τα ορόσημα.

Από τη *Μηχανική* του θα είχε ενδιαφέρον να δει κανείς πώς επιχειρεί ο Ήρων να λύσει το αίνιγμα του «Τροχού του Αριστοτέλη», το οποίο παρέμεινε αίνιγμα μέχρι τον 20ο αι. και οδήγησε στην παροιμία ‘‘rotam Aristotelis magis torquere quo magis torqueretur’’: «γιατί ο μεγαλύτερος κύκλος διαγράφει ίση απόσταση με το μικρότερο κύκλο όταν έχουν το ίδιο κέντρο, ενώ, όταν κυλίονται ξεχωριστά, ο λόγος του μεγέθους του ενός προς το μέγεθος του άλλου είναι ίσος με το λόγο των τμημάτων που διανύονται»[14]

Η μελέτη της *Σφαιρικής*, της Γεωμετρίας της σφαίρας, άρχισε από πολύ παλιά, καθώς έγινε αναγκαία από τη μαθηματική μελέτη της Αστρονομίας. Για τους πυθαγόρειους η λέξη *Σφαιρικά* , εφαρμοσμένη σε μια από τις τέσσερις βασικές επιστήμες, σήμαινε στην πραγματικότητα Αστρονομία.

Η *Μαθηματική Σύνταξις* του **Πτολεμαίου**, λοιπόν, γνωστή και ως *Μεγίστη Σύνταξις*, από όπου και η διαδεδομένη μετάφραση του τίτλου στα αραβικά ως *Almagest,* είναι ένα από τα σημαντικότερα ως προς την επίδραση που άσκησαν και ως προς το περιεχόμενό τους έργα αστρονομίας. Σ’ αυτό Πτολεμαίος όχι μόνο συνοψίζει τις υπάρχουσες αστρονομικές γνώσεις, αλλά αξιοποιώντας τις παρατηρήσεις προγενέστερων και τις δικές του, επιχειρεί συστηματική και εκτενή παρουσίαση της πλανητικής αστρονομίας θεμελιωμένης σε αυστηρώς γεωμετρική βάση[15].

Σ’ ένα τμήμα του έργου ο Πτολεμαίος «αντικρούει τις απόψεις ‘‘ορισμένων’’ ότι η γη στρέφεται γύρω από τον άξονά της. Η άποψη αυτή του φαίνεται εξωφρενική: θα σήμαινε ότι η γη κινείται με εξαιρετικά μεγάλη ταχύτητα (περ. 30 χλμ. / 1΄). Αυτό όμως έρχεται σε αντίθεση με την κοινή αίσθηση του κόσμου και τις παρατηρήσεις που κάνουμε όλοι για τα φυσικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα γύρω μας»[16].

[13] Όπ. παρ. σσ. 417 κ.κ.
[14] Όπ. παρ. σσ. 352 κ.κ. Για τον τροχό του Αριστοτέλη, σ. 409 – 410.
[15] Όπ. παρ. σσ. 325 κ.κ.
[16] Ανθολογία Α.Ε.Γραμματείας, Ο.Ε.Δ.Β. τόμος 3, σσ. 246 - 249

Γεωμετρική αποκάλεσαν την **Υπατία**. Και πράγματι αναφέρεται από τον ίδιο τον πατέρα της Θέωνα ότι τον βοήθησε στην αναθεώρηση του υπομνήματος που αφορούσε τον Πτολεμαίο. Έγραψε σχόλια για το Διόφαντο, για τον Αστρονομικό κανόνα του Πτολεμαίου και για τα Κωνικά του Απολλώνιου.

Αυτά τα έργα δεν έχουν διασωθεί, αλλά έχει διατυπωθεί η υπόθεση ότι οι παρατηρήσεις του Μιχαήλ Ψελλού (11ος αι.), στην αρχή μιας επιστολής του σχετικά με το Διόφαντο, τον Ανατόλιο και την αιγυπτιακή μέθοδο αριθμητικών υπολογισμών, λήφθηκαν όλες από ένα χειρόγραφο του Διόφαντου που περιέχει έναν αρχαίο και συστηματικό σχολιασμό που μπορεί κάλλιστα να ήταν αυτός της Υπατίας[17].

Αυτή η πολυμαθής γυναίκα λέγεται ότι δίδασκε όλες τις ειδωλολατρικές επιστήμες, ιδιαίτερα τη Φιλοσοφία και την Ιατρική, και ότι με την ευγλωττία και το κύρος της είχε αποκτήσει τέτοια επιρροή, ώστε θεωρήθηκε απειλή για το Χριστιανισμό και θανατώθηκε με φρικτό τρόπο από το φανατισμένο όχλο.

Η Υπατία έχει εμπνεύσει πολλούς συγγραφείς που την παρουσιάζουν ως σύμβολο της αρχαίας θρησκείας που σβήνει. Η χρήση της ιστορίας της Υπατίας για να εξυπηρετήσει την προπαγάνδα φαίνεται και στο έργο του Τόλαντ (βλ. Παράρτημα), στο οποίο η Υπατία γίνεται το όχημα για να χτυπηθεί ο καθολικισμός από τη μεριά των προτεσταντών.

Στο **Βυζάντιο**, εκτός από τον Ψελλό τον οποίο αναφέραμε και στον οποίο αποδιδόταν ένα βιβλίο για τις τέσσερις μαθηματικές επιστήμες, την Αριθμητική, τη Μουσική, τη Γεωμετρία και την Αστρονομία, με τη γεωμετρία ασχολήθηκαν ο **Γεώργιος Παχυμέρης** (1242 – 1310) και ο **Μάξιμος Πλανούδης** (1260 – 1310).

Βρήκαμε πάντως εξαιρετικά ενδιαφέρον ότι ένας από τους σημαντικότερους βυζαντινούς ποιητές φέρει το προσωνύμιο Γεωμέτρης, που πιθανότατα σημαίνει ότι είχε μελετήσει Γεωμετρία. Πάντως από τα γραπτά του φαίνεται πως διέθετε τέτοια πνευματική ευρύτητα που του επέτρεπε να αγκαλιάζει από τον Αριστοτέλη και τον Πλάτωνα και το Σοφοκλή ως το Ρωμανό το Μελωδό.

Πρόκειται για τον **Ιωάννη το Γεωμέτρη**[18], που έζησε το 10ο αι. Η ποίησή του, αν και γραμμένη σε αρχαία μέτρα, δεν είναι απλή απομίμηση της κλασικής ποίησης. Εκφράζει έναν βιωματικό κόσμο τελείως διαφορετικό από εκείνον της αρχαιότητας – ένα κόσμο βαθιάς κατάνυξης και θλίψης (βλ. Παράρτημα).

Ο σπουδαιότερος Έλληνας μαθηματικός της νεότερης εποχής, που θεωρείται ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς του κόσμου τον 20ο αι., δε δημοσίευσε ποιήματα, οι αποδείξεις του όμως έχουν χαρακτηριστεί κομψοτεχνήματα.

Σχεδόν όλοι γνωρίζουν τη συμβολή του στα μαθηματικά, ωστόσο ο **Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή** ερευνητικά εργάστηκε τόσο στη γεωμετρική οπτική όσο και στη μηχανική.

Ενδιαφερόταν επίσης πολύ για την Ιστορία των Μαθηματικών.Οι γνώσεις του για τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά ήταν εκπληκτικές. Μάλιστα κατέρριψε τις θεωρήσεις των Πενρόουζ και Στήβενς, οι οποίοι ισχυρίζονταν ότι οι καμπύλες του Παρθενώνα είναι παραβολές και απέδειξε πως ο Ικτίνος κατασκεύασε τις μόνες καμπύλες που γνώριζε στην

---

[17] *Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών*, τ. II, σ. 517, 602 και 612.

[18] H. Hunger, *Βυζαντινή Λογοτεχνία*, τ. 2, σ. 593 και Περιοδικό *Ποίηση*, τεύχος 23, σσ. 150 κ.κ., εισαγωγή - μετάφραση Γιώργου Βαρθαλίτη.

εποχή του, κύκλους μεγάλης διαμέτρου, καθώς η έννοια των κωνικών τομών είναι μεταγενέστερη (του 5ου αι.)[19].

Το 1931, χρονιά κατά την οποία ο Καραθεοδωρή είχε ήδη αναλάβει να βοηθήσει στην αναδιοργάνωση των Πανεπιστημίων της Αθήνας και της Θεσσαλονίκης, κατόπιν πρόσκλησης της κυβέρνησης Βενιζέλου, έφυγε από τη ζωή ένας άλλος σπουδαίος επιστήμονας που φαίνεται να είχε ακολουθήσει τη ρήση του Καραθεοδωρή «εάν εθέλεις να φθάσεις ως το άπειρο, γνώρισε το πεπερασμένο σε όλες του τις εκφράσεις»[20] και που είχε αφιερώσει την ψυχή του στο Πολυτεχνείο της Αθήνας· κυριολεκτικά: η καρδιά του φυλάσσεται εκεί, σύμφωνα με την τελευταία του επιθυμία. Ήταν ο **Νικόλαος Γεννηματάς**.

Οι τίτλοι των μαθηματικών του έργων που μας είναι γνωστοί αποκαλύπτουν το επιστημονικό του ενδιαφέρον: *«Αναλυτική και διανυσματική γεωμετρία. Αναλυτική γεωμετρία του χώρου και διανυσματική γεωμετρία», «Στοιχεία διανυσματικού λογισμού: Προεισαγωγικαί γνώσεις δια τα μαθήματα θεωρητικής μηχανικής», «Διανυσματική ανάλυσις μετ' εφαρμογών εις την γεωμετρίαν και την μηχανικήν».*

Ενώ όμως το επιστημονικό έργο του γνώρισε τη διεθνή καταξίωση, η προσφορά του στη Λογοτεχνία[21] δεν έχει προσεχθεί όσο θα της άξιζε.

Κατά την περίοδο 1911 – 1913 ο Γεννηματάς βρισκόταν στο Μόναχο. Εκεί μετέφρασε 36 ποιήματα του Heine, τα αντέγραψε σε ένα τετράδιο με τίτλο «Τραγούδια του Χάινε» και τα απέστειλε στο φίλο του Σωκράτη Κουγέα. Το έργο αυτό, μεταφραστικό επίτευγμα αλλά και καλλιγραφικό κομψοτέχνημα, κυκλοφόρησε σε φωτοτυπική αναπαραγωγή το 1997 από τις εκδόσεις *Το Ροδακιό* και μπορεί κανείς να θαυμάσει τη λεπτότητα και την ευαισθησία του ανθρώπου που το φιλοτέχνησε. Πολλά από τα ποιήματα αυτά μαζί με μεταφράσεις άλλων ποιητών και ποιήματα του ίδιου του Γεννηματά δημοσιεύθηκαν το 1930, λίγο πριν από το θάνατό του, υπό τον τίτλο και πάλι «Τραγούδια». Αυτή η έκδοση όμως είναι δυστυχώς σπάνια και δυσεύρετη. Σταθήκαμε όμως τυχεροί και εντοπίσαμε στη βιβλιοθήκη του σχολείου μας τον τόμο της *Ηπειρωτικής Εστίας* 18, του 1969, που περιέχει το σημαντικό άρθρο του Σεραφείμ Τσιτσά, «Ένας αγνοούμενος ποιητής, Νικόλαος Γεννηματάς», από το οποίο αντλήσαμε καθοριστικές πληροφορίες για το βίο του Γεννηματά αλλά και δείγματα του έργου του.

Επιβεβαιώσαμε λοιπόν τη σκέψη ότι οι τίτλοι «Τραγούδια» δεν αποτελούν φυσικά σύμπτωση: ο Heine είναι ο κατεξοχήν ποιητής του lied, του γερμανικού τραγουδιού, και ο Γεννηματάς ένας από τους νέους της γενιάς του '80 που «βρήκαν στον Χάινε τον κατάλληλο συμπαραστάτη σε αυτή την προσπάθεια (να ξεφύγουν από το πλέγμα του ρομαντισμού), γιατί, παρ' όλη την αντιρομαντική τους διάθεση, ήταν τόσο διαποτισμένοι από το πνεύμα του ρομαντισμού, ώστε να χρειάζονταν (sic) έναν όχι βίαιο τρόπο απομάκρυνσης από αυτόν»[22]: συναντάμε λοιπόν και στον ποιητή Γεννηματά τον τρυφερό λυρισμό, τους χαμηλούς τόνους και τη μειλίχια έκφραση του «αισθηματικού ποιήματος» του όψιμου ρομαντισμού, απαλλαγμένου δηλ. από τον παλαιό στόμφο, αλλά και τη στιχουργική τέχνη και την προσφιλή του θεματολογία: φύση, αγάπη, όνειρα και παρελθόν.

Είναι αν μη τι άλλο εντυπωσιακές οι αναλογίες μεταξύ του ποιήματος «Φθινόπωρο»[23] του Γεννηματά από τη μια και «Στο δάσος μέσα» και «Ιπποτικό» του Heine από την άλλη: ο Γεννηματάς μοιάζει να έχει αποσπάσει από τους περίτεχνους πρότυπους πίνακες τις ψηφίδες του φθινοπώρου, του δάσους, του νέου που ζητά σ' αυτό καταφύγιο και

---

[19] Αφιέρωμα των Ιστορικών, 13 Νοεμβρίου 2003, 38.

[20] Όπ. παρ.

[21] Για τη σχέση Μαθηματικών και Ποίησης στο έργο λογοτεχνών που οι ίδιοι είτε είναι είτε δεν είναι μαθηματικοί, βλ. τα πολύ σημαντικά έργα του κ. Στέφανου Μπαλή *Μαθηματικά και ποίηση, Από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη* και *Λυρικά Ουρανογραφήματα*, εκδ. Νησίδες

[22] Νάσος Βαγενάς, εισαγωγή στον τόμο *Χάινε, μεταφράσεις ποιημάτων του*, εκδ. Σοκόλη, 2007, σ. 15

[23] Στην *Ηπειρωτική Εστία*, 18, 1968, σ. 375.

του προσωποποιημένου δέντρου και να τις έχει αξιοποιήσει ως δομικά μέρη (χώρου – χρόνου – προσώπων) της δικής του εξομολόγησης, που συνιστά βέβαια μια συντομότερη, απλούστερη και αδρότερη αφήγηση, είναι όμως αξιοσημείωτα στέρεα και εξαιρετικά καλαίσθητη. Την ίδια επιμέλεια καλαισθησίας διακρίνει κανείς άλλωστε και στο στροφικό και μετρικό σύστημα που υιοθετεί επηρεασμένος πάντα από την ατμόσφαιρα των lied: τέσσερις τετράστιχες στροφές, που αποτελούνται από τρεις δεκασύλλαβους και έναν πεντασύλλαβο, στους οποίους κυριαρχούν μελωδικοί δάκτυλοι ποικιλμένοι με άλλα μέτρα, όπως ο μεσοτονικός. Ομοιοκαταληκτούν ο δεύτερος με τον τέταρτο, όπως στην πλεκτή, αφήνονται όμως ελεύθεροι ο πρώτος και ο τρίτος. Το «εμμελές» (σύμφωνα με την ιδεαλιστική αξίωση αρμονίας) αποτέλεσμα θυμίζει τα έργα του Heine που μελοποιήθηκαν αριστουργηματικά από τον Brahms, όπως το Sommerabend (op. 85).

Το 1931, χρονιά θανάτου του Γεννηματά, εκδόθηκαν «Τα ρόδα της Μυρτάλης», η πρώτη ποιητική συλλογή ενός φοιτητή Μαθηματικών, που η φυματίωση δεν του επέτρεψε να ολοκληρώσει τις σπουδές του, αλλά τα μαθηματικά δεν θα πάψουν να απασχολούν την Ποίησή του, του **Γιώργου Βαφόπουλου**, που είχε εμφανιστεί στα γράμματα επισήμως το 1927, με μια δημοσίευση στη *Νέα Εστία* μετά από εισήγηση του ίδιου του Κωστή Παλαμά.

Ο Βαφόπουλος, που μόνο ληξιαρχικά ανήκει στη γενιά του ’30[24], ξεκίνησε από το συμβολισμό και την παραδοσιακή ποίηση, ιδιότυπος από τη αρχή της σταδιοδρομίας του, κατέληξε προσωπικός[25], και έμελλε να χαρακτηριστεί γενάρχης της ποιητικής Σχολής της Θεσσαλονίκης.

Ποιητής υπαρξιακός, ο Βαφόπουλος έθεσε ως κέντρο του προβληματισμού του το θάνατο, το χρόνο, την πίστη και το Θεό και αυτό τον πυρήνα τον κατεργάστηκε με τέτοιο τρόπο που μάλλον διαψεύδει την κρίση του M.Vitti, σύμφωνα με την οποία δεν μπορεί να χαρακτηριστεί μείζων ποιητής[26].

Ο ώριμος στοχασμός του φθάνει σε συναρπαστική έκφραση στο ποίημα «Ο Μεγάλος κώνος», της συλλογής «Τα επιγενόμενα» (1977). Σ’ αυτό, ο γεωμέτρης ποιητής, κατά τον ύστατο απολογισμό του, τότε που ο καθένας «ανακαλύπτει το σχήμα που του ταιριάζει», επιμένει στην επιλογή του κώνου ως στερεού ανάλογου του βίου· ούτε κύβος, ούτε κύκλος, αλλά ο «υπερούσιος», ο «υπέρ την ουσίαν ων» κώνος, καθώς μόνον αυτός μπορεί να περικλείει τη μεταφυσική του αγωνία:

Ο έλλογος νους μπορεί να απαντήσει στο θεμελιώδες οντολογικό ερώτημα «ποιος είμαι» ακολουθώντας τη σπείρα της σωκρατικής «γνωσιοθηρίας» που εξελίσσεται κυματοειδώς προς τα άνω και κάτω και από την ευρύτητα των πρώτων κύκλων («αλλεπάλληλων ενιαυτών») μπορεί να φθάσει στην οξύτητα της απόληξης της σπείρας. «Άνθρωπος» είναι η απάντηση του Οιδίποδα στη Σφίγγα, λέξη που μόνο η προφορά της χάλασε το τέρας, όπως θα έλεγε και ο Σεφέρης. Στο ύψος του κορύμβου ανέρχεται ο άνθρωπος φέροντας όμως στις άκρες της σπείρας το «λίκνο» και το «φέρετρο», τα σύμβολα των δύο περάτων του βίου του, της γέννησης και του θανάτου του, που απαντούν στο γνωσιολογικό ερώτημα «τι γνωρίζω». Αυτό που γνωρίζω είναι ότι είμαι θνητός. Ας έχω λοιπόν επίγνωση της θνητότητάς μου, του πεπερασμένου της ύπαρξής μου.

Τότε η έλλογη ψυχή, μόνη, δε βρίσκει απάντηση στα ερωτήματα «πού είμαι», «από τι είμαι», «πού βαδίζω» παρά στην προσωκρατική κοσμολογία. Το ποιητικό εγώ

---

[24] Γιώργος Σαββίδης, *Το εφήμερον σπέρμα*, εκδ. Ερμής, 1978, σ. 184

[25] Κώστας Στεργιόπουλος, *Από το συμβολισμό στη Νέα Ποίηση,* 1967. Βλ. και το ντοκυμαντέρ του Τ. Ψαρρά «Γ,Θ. Βαφόπουλος, ένας αυτοέγκλειστος», στο ψηφιακό αρχείο της ΕΡΤ, όπου και παρατηρήσεις της μελετήτριας του έργου του Βαφόπουλου Κατερίνας Κωστίου πάνω στην κλειστοφοβική συνείδηση του ενδοσκοπικού ποιητικού εγώ του και την οφειλή και του Βαφόπολου στους γερμανούς ρομαντικούς ως προς το «Παίγνιον», τη φιλοσοφική – διαλεκτική διάσταση του έργου του.

[26] *Η Γενιά του τριάντα*, εκδ. Ερμής, 1987, σ. 86

δεν προσδοκά τη χριστιανική θέωση, ανάληψη στους ουρανούς, και αρκείται «στο έσχατο πήδημα του Εμπεδοκλέους». Ο Βαφόπουλος δηλαδή, από τους θρύλους που διασώζει η παράδοση απορρίπτει εκείνον που παρουσιάζει τον Εμπεδοκλή «αποθεωθέντα και αναληφθέντα» και υιοθετεί εκείνο που τον παρουσιάζει να ρίχνεται στον κρατήρα της Αίτνας[27] (Διογένης Λαέρτιος Η΄ 69 – 72): η ύστατη πράξη είναι η πτώση στην κωνοειδή υψικάμινο όπου αναμιγνύονται και χωρίζονται – φέροντας τη γένεση και τη φθορά - τα τέσσερα στοιχεία (*ριζώματα*), η φωτιά, ο αέρας, το νερό και η γη με κινητήριες δυνάμεις τη φιλότητα (έλξη) και το νείκος (άπωση), η συνεχής εναλλαγή των οποίων δείχνει ότι η κίνηση του γίγνεσθαι είναι κυκλική, ενώ τα πάντα αποτελούν ένα σύμπαν σφαιρικό («σφαίρον»)[28].Θάνατος και γέννηση δεν υπάρχουν, άρα τα δύο πέρατα του βιολογικού κύκλου, το φέρετρο και το φέρετρο, είναι ένα.

Δεν είναι λοιπόν ο πλατωνικός – σωκρατικός ιδεαλισμός αλλά ο προσωκρατικός υλισμός που δίνει τη λύση και μας αποκαλύπτεται πως ο κώνος δεν είναι παρά δικό του στερεό: «όσοι γνωρίζανε ... Εμπεδοκλέους». Φαίνεται, άρα, πως η κριτική του Δημήτρη Παπακωνσταντίνου που δημοσιεύθηκε στο τεύχος 1219 της *Νέας Εστίας*[29] μάλλον αστόχησε σ' αυτό το σημείο: «προτιμά ως πράξη καλλιτεχνικής φαντασίας το πήδημα του Εμπεδοκλή».

Δεν μπορούμε όμως να ισχυριστούμε το ίδιο για την κριτική του επιφανούς βέβαια Ανδρέα Καραντώνη, που δημοσιεύθηκε στο τεύχος 1233 του ιστορικού περιοδικού για την «οδό Λαιστρυγόνων» του γεωμέτρη ποιητή **Έκτορα Κακναβάτου**: «Αυτή η οδός Λαιστρυγόνων μοιάζει με έναν απέραντο δρόμο, βυθισμένο στη νύχτα, όπου στο μάκρος του ή στην εφιαλτική μοναξιά του χορεύουν κι αλαλάζουν φαντάσματα και βρυκόλακες (sic) … χρησιμοποιούνται και επιδράσεις και γλωσσολογικά και ορολογικά επιστημονικά παραδείγματα από την ποίηση του αρχικού συνοδοιπόρου Παπαδίτσα … Η υπερρεαλιστική του έκφραση έχει κάτι το αιτό» (σσ. 1524 – 5)

Συνοδοιπόρος πράγματι ο Παπαδίτσας. Το 1944 συνυπέγραψαν ένα άρθρο στο περιοδικό *Νεανική Φωνή* (τεύχος 7). «Τίτλος του άρθρου ενδεικτικός για τον οργίλο τόνο του: ''Μια θέση και μια έφοδος''. Το άρθρο αυτό, αφού ξέγραψε τους maitres, κατέληγε: ''όσο κι αν συμφωνούμε πως η κορυφή είναι πιο πέρα κι απ' το άπειρο, εμείς ωστόσο είμαστε πιο κοντά από δαύτους στην κορυφή· περιέχομε (sic) μέσα μας όλες τις πολλαπλότητες του κόσμου τους σαν εκείνες που απέκλεισε το σχηματισμένο καλούπι, όταν ήρθαν τα καινούργια postulatum (δηλ. αιτήματα, αξιώσεις) πολύ πιο ύστερα από την ατροφική τους ωριμότητα η οποία κάθε μέρα ψοφά απ' την ανεπάρκεια να προσαρμοστεί και να καταλάβει ακόμη και τα στοιχεία»[30].

Αντίθετα από τον Παπαδίτσα ωστόσο, οι αναφορές στην Επιστήμη και η «βιαιότητα με νεανικό πείσμα»[31] δεν εγκατέλειψαν ποτέ τον ακμαίο πάντα ακραιφνή υπερρεαλιστή Κακναβάτο. Στην άλλη πλευρά του τόξου της ριζοσπαστικής δημιουργίας του μάλιστα, στις δοκιμιακές σημειώσεις του τόμου *Βραχέα και μακρά* (2005) διαβάζουμε: «Περί ύψους: Η Ποίηση είναι ένας αλγόριθμος με βάση μια γλώσσα (ποια γλώσσα;). Ο βαθμός δηλαδή που πρέπει να ''υψωθεί'' η γλώσσα για να προκύψει η τιμή (=ποιητική αντίληψη) του πράγματος (=του Κόσμου)»[32].

---

[27] Διογένης Λαέρτιος Η΄ 69 – 72, στον ενδέκατο τόμο, *Εμπεδοκλής*, της σειράς «Προσωκρατικοί» των εκδόσεων Κάκτος, 2000, σ. 40 – 43.
[28] απόσπασμα 17, όπ. παρ., σ. 150 - 153
[29] Όλα τα τεύχη της Νέας Εστίας είναι διαθέσιμα σε ηλεκτρονική μορφή, στον τόπο του Εθνικού Κέντρου Βιβλίου, ekebi
[30] Α. Αργυρίου, *Διαδοχικές αναγνώσεις Ελλήνων υπερρεαλιστών*, εκδ. Γνώση, 1990, σ. 233 – 4
[31] όπ. παρ. σ. 239
[32] *Βραχέα και Μακρά*, εκδ. Άγρα 2005, σ. 13

Ανάμεσα στους απαστράπτοντες αδάμαντες της γεωμετρικής ποιητικής του Κακναβάτου – αρκετοί στην ίδια την «Οδό Λαιστρυγόνων» - εμείς επιλέξαμε τον «Κωνικό Νοέμβρη», καθώς μοιάζει να διεξάγεται ένας διάλογος ανάμεσα στο Βαφόπουλο και τον Κακναβάτο το 1977 – 1978 πάνω στο στερεό αυτό ως μεταφορά. Θα έλεγε κανείς πως δύο Απολλώνιοι, διάκονοι του Απόλλωνα, ένας υπαρξιακός μοντερνιστής κι ένας ιστορικός υπερρεαλιστής, συνθέτουν και αντιπαραθέτουν τα δικά τους «Κωνικά», αφού προηγουμένως εγκολπώθηκαν και μετουσίωσαν σε ατόφια ποίηση τη θεωρία των τομών.

Ο πρώτος μπορεί απλώς να υπαινίσσεται τη σημασία των κωνικών τομών στη στερεομετρία μιλώντας για «πολυσήμαντο σχήμα», ο δεύτερος όμως τη μεταβιβάζει ευθέως – νομίζουμε- στις ιδιότητες του Νοέμβρη του 1973: το εμβαδόν της αξιοπρέπειας (α) της φοιτητικής εξέγερσης – κώνου πολτοποιείται από τα βασανιστήρια, το ύψος της ήττας (h) παγιώνεται και η τομή των γεγονότων του Νοέμβρη είναι έλλειψη καθώς η εκκεντρότητα της Ελλάδας (e) μετράται ακέφαλη.

Κι αν η προσπάθειά μας να αποκωδικοποιήσουμε το γεωμετρικό κρυπτογράφημα δεν μπορεί παρά να είναι επισφαλέστατη, ασφαλέστερη φαίνεται η προσπάθεια να ερμηνεύσουμε την αναφορά του «βροντόσαυρου», ενός από τα τέρατα που συνηθίζουν να χρησιμοποιούν οι υπερρεαλιστές ως σύμβολα της απόλυτης εξουσίας. Τα τανκς με τα δισύλλαβα στρατιωτικά παραγγέλματα (σαν και αυτά των εμβατηρίων, στους ήχους των οποίων βαδίζει ο ήρωας του Χάκκα στο «Ψαράκι της γυάλας» εναρμονιζόμενος με την ατμόσφαιρα της 21ης Απριλίου) ανοίγουν δρόμο στη χειρότερη φάση της απολυταρχίας που συμβολίζεται με το βροντόσαυρο. Στην εποχή του τέρατος αυτού τοποθετείται αυτή η τελευταία περίοδος του στυγνού καθεστώτος: όχι στην προϊστορία ή τον προπολιτισμό, αλλά σε προ του ανθρώπου στάδιο[33].

Με τον ίδιο τρόπο είχε παρασταθεί η αρχική επικράτηση της δικτατορίας από το Γιάννη Δάλλα στο πρώτο από τα 31 μέρη της «Ανατομίας», που εκδόθηκε το 1971 από τα Κείμενα, οίκο που εξέδωσε και την «Οδό Λαιστρυγόνων»:

*«Τα τανκς με βήματα βαρειά τεντώνοντας την / προβοσκίδα τους / σαν ιπποπόταμος της λεωφόρου».*

Στο ποίημα του Δάλλα το παράλογο της επικράτησης του ολοκληρωτισμού αποδόθηκε με ένα τέρας όχι προϊστορικό ή προανθρώπινο, αλλά εξωιστορικό, εξωλογικό: το τανκ παρομοιάζεται με ιπποπόταμο που φέρει προβοσκίδα. Ο Δάλλας γράφει σε σχετική σημείωση: «ακόμα δεν απάντησα στην ερώτηση φίλου μου, αν εννοώ τα τανκς της Πράγας. Για την άλλη απορία του, συμφωνώ πως στα σχολαστικά εγχειρίδια δεν θα βρει ιπποποτάμους με προβοσκίδα»[34].

Στο περιοδικό «Δοκιμασία», που εξέδιδε στα Γιάννενα ο Γιάννης Δάλλας, ο φίλος του Έκτορας Κακναβάτος όριζε με το άρθρο του «Πριν παρεισφρύσει ο νοηματικός καταλύτης» τη συνείδηση ως «πολύ στενή λωρίδα μέσα στην αναπεπταμένη πεδιάδα των πιθανών μορφοποιήσεων με κατεύθυνση προς ένα γεωμετρικά οριζόμενο σημείο σύγκλισης για την προσπέλαση προς την ουσία»[35]. Στο τέλος της παραγωγής του ωστόσο σημειώνει

---

[33] Βλ. Κ. Γεωργουσόπουλου, «Ο αρχαίος θυμός ράτσα υψικαμίνου», η Λέξη, τ. 101, σ. 17: «Ο Κακναβάτος μεταφέρει μέσα στην Ποίησή του το βιασμένο από την ιστορική νεύρωση πρόσωπο του ανθρώπου. Τα ιστορικά πρόσωπα και οι ιστορικοί χώροι λειτουργούν στον Κακναβάτο σαν τερατώδεις μορφές και σαν Μορμολύκεια, σαν πελώριες μυλόπετρες. Ο τρόπος με τον οποίο ο ποιητής επέλεξε να τον αντιμετωπίσει είναι ο δημόσιος εξορκισμός». Αξιοσημείωτο και το πρώτο μέρος του άρθρου, στο οποίο ο Γεωργουσόπουλος αναφέρεται στη γνωριμία του με τον καθηγητή Γεωμετρίας Γιώργο Κοντογιώργη (τον Κακναβάτο δηλ.) σε φροντιστήριο της Αθήνας κατά τη δικτατορία.

[34] *Ανατομία*, εκδ. Κείμενα 1971, σ. 51

[35] *Δοκιμασία*, τ. 4, Νοέμβριος – Δεκέμβριος 1973 (!), σ. 26.

*«πέραν του απείρου, ο ορίζοντας / τρικλίζει φορτωμένος τρεις άγριες γεωμετρίες»*[36] , του Ευκλείδη, του Λομπατσέφσκι και του Ρίμαν δηλαδή, που - όπως εύστοχα παρατηρεί ο Γεωργουσόπουλος – «τις αποκαλεί ‘‘άγριες’’ με την έννοια ότι εισβάλλουν δυναμικά για να περιγράψουν τον κόσμο»[37].

Το 1991 ο Κακναβάτος δήλωνε σε συνέντευξή του στους εκδότες της *Λέξης* ότι «εν αρχή ην η Ποίηση … Η Ποίηση ποδηγετεί τη Γνώση για τις προτάσεις της» και αναρωτιόταν «πώς το αστραφτερό χρωματολόγιο του γλωσσικού μας οργάνου να τ' αφήσεις αδρανές και αναξιοποίητο;»[38]. 20 χρόνια αργότερα, το 2011, ένας άλλος καθηγητής Μαθηματικών και διακεκριμένος πεζογράφος, όχι ποιητής, ο **Τεύκρος Μιχαηλίδης**, δημοσίευσε το μυθιστόρημά του «Τα τέσσερα χρώματα του καλοκαιριού», που πραγματεύεται αυτό ακριβώς που προδίδει στον υποψιασμένο λάτρη των μαθηματικών ο τίτλος του: το «εκπληκτικά δύσκολο»[39] τοπολογικό πρόβλημα των τεσσάρων χρωμάτων, που έμεινε για πολλά χρόνια άλυτο μέχρι που αποδείχθηκε από τους Κ. Άπελ και Β. Χάκεν το 1976, με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Το πρόβλημα έχει ως εξής: «Όταν ένας χάρτης ο οποίος βρίσκεται σε ένα επίπεδο ή μια σφαίρα απεικονίζει διαφορετικές χώρες ή περιοχές και είναι χρωματισμένος έτσι ώστε δύο χώρες που έχουν κοινά σύνορα να μην έχουν το ίδιο χρώμα, τότε μόνο τέσσερα χρώματα είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν ώστε να διαχωρίζονται οι διαφορετικές χώρες. (Δύο χώρες που ενώνονται μόνο σε ένα σημείο μπορούν να έχουν το ίδιο χρώμα.).»[40]

Ερωτικό μυθιστόρημα, που ενσωματώνει εφαρμογές του επιστολικού και ημερολογιακού είδους, το έργο του Μιχαηλίδη εντυπωσιάζει τον αναγνώστη καθώς η οδός της κύριας αφήγησης διασταυρώνεται με τις οδούς της εξέλιξης των Μαθηματικών και των ιδεών, αλλά και την πολιτική ιστορία, και φωτίζεται από την Ποίηση του γαλλικού, γερμανικού και ελληνικού τραγουδιού και όχι μόνο: ως προμετωπίδες ή αναφορές, οι στίχοι δεν κοσμούν απλώς το ένδυμα της αφήγησης, αλλά αποτελούν οργανικά μέρη της.

Ποια όμως να είναι η «θέση» του συγγραφέα για το ζήτημα της «ηλεκτρονικής απόδειξης»; Διαφαίνεται στη σ. 147 του μυθιστορήματος, σε επιστολή του 1985: «… ένα μεγάλο μέρος της μαθηματικής κοινότητας θεωρεί την όλη υπόθεση του προβλήματος των τεσσάρων χρωμάτων ως μια ήττα! Τους ενοχλεί ιδιαίτερα ότι αδυνατούν να δώσουν μόνοι τους τη λύση και αναγκάστηκαν να χρησιμοποιήσουν τη βοήθεια ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Καταφεύγουν λοιπόν σε διάφορα μέσα άμυνας. Οι περισσότεροι λένε πως το πρόβλημα δεν παρουσιάζει έτσι κι αλλιώς κανένα ενδιαφέρον. Πώς το έλεγε η αλεπού στο μύθο του πατριώτη σου: Α, ναι! *Όμφακες εισίν.*». Δηλώνεται ευθέως από τον ίδιο σε συνέντευξη που παραχώρησε στη Λαμπρινή Κουζέλη[41]: «Το πιο σημαντικό στα μαθηματικά είναι η σωστή ερώτηση και όχι η σωστή απάντηση και αυτή θα γράφεται πάντα από ανθρώπινο χέρι». Η συντάκτρια σημειώνει ότι ο Μιχαηλίδης συντάσσεται με όσους δέχονται τις αποδείξεις που προκύπτουν από ηλεκτρονικό υπολογιστή «εξ ανάγκης, αλλά όχι οικειοθελώς» και πως προτιμά «μια ωραία, κομψή, μαζεμένη απόδειξη».

Εμείς θα χαρακτηρίζαμε πάντως κομψότατο τον ορισμό της απόδειξης που μας καταλείπει στο περίφημο Logicomix του, αφήγηση της λογικής σκέψης με τη γλώσσα του graphic novel, πρωτότυπη, εκλαϊκευμένη και συνάμα μαγική[42], ο συνεργάτης του Μιχαηλίδη και συνιδρυτής της δραστήριας ομάδας «Θαλής και φίλοι», **Απόστολος**

[36] *Χαοτικά Ι*, εκδ. Άγρα
[37] *Τα Νέα*, 20 / 1/ 10
[38] *Η λέξη*, τ. 101, σ. 88
[39] Grand Larousse, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, τόμος 7, σ. 95
[40] βλ. όπ. παρ.
[41] *Το Βήμα, Βιβλία*, 20 / 11/ 11
[42] κρίση του Ματθαίου Τσιμιτάκη, στο *Κ*, ένθετο περιοδικό της *Καθημερινής*, Νοέμβριος 2011.

**Δοξιάδης**. Κομψότατος, πλήρης και κατατοπιστικός όσο και το βιογραφικό σημείωμα του θεμελιωτή της, του Ευκλείδη[43], το όραμα του οποίου είχε αποδώσει ο ήρωας του μυθιστορήματος του Δοξιάδη «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ» με τον εξής εμπνευσμένο τρόπο:

«Η μεταμόρφωση μιας χαώδους συλλογής αριθμητικών και γεωμετρικών παρατηρήσεων σε ένα καλοδιαρθρωμένο σύστημα, όπου μπορείς να προχωρήσεις από τις a priori θεμελιώδεις παραδοχές με την εφαρμογή αυστηρών λογικών διεργασιών, βήμα προς βήμα, ώστε να αποδείξεις οριστικά όλες τις αλήθειες. Τα Μαθηματικά ως ένα δέντρο με γερές ρίζες (τα Αξιώματα), έναν στέρεο κορμό (την Επαγωγή) και ατελείωτα κλαδιά που αυξάνονται και πάνω τους ανθούν θαυμαστά λουλούδια (τα Θεωρήματα)….»[44].

Η ποιητική αυτή εικόνα θα μπορούσε να χρησιμεύσει ως παράδειγμα θαυμαστής σύζευξης Μαθηματικών και Ποίησης από έναν υποστηρικτή της συγγένειάς τους, όπως ο Μιχαηλίδης, που δήλωσε στη συνέντευξη που αναφέραμε παραπάνω πως «τα μαθηματικά ως γλώσσα πλησιάζουν πολύ τη γλώσσα της ποίησης, γιατί και σε αυτήν κάθε λέξη, κάθε σημείο στίξης, έχει ειδική κωδική σημασία».

Ο σπουδαίος μαθηματικός **Δημήτρης Χριστοδούλου** μάλλον δεν θα συμφωνούσε. Θεωρεί ότι η ποίηση και τα μαθηματικά βρίσκονται σε αντίθεση, καθώς «η ποίηση έχει να κάνει με τη άλλη πλευρά του κόσμου, τη συναισθηματική»[45]. Εκτιμά ωστόσο ιδιαίτερα τη φαντασία, την οποία θεωρεί «το μεγαλύτερο προσόν του ανθρώπου», και τον πολύ σημαντικό ρόλο της στα μαθηματικά, «κι ας θεωρούνται τα μαθηματικά επιστήμη, επειδή βρίσκουν εφαρμογή στο χώρο των φυσικών επιστημών. Στα μαθηματικά υπάρχουν δύο χώροι. Στον έναν, στον οποίο ανήκω κι εγώ οι μαθηματικές ανακαλύψεις βρίσκουν εφαρμογή και στις φυσικές επιστήμες… Υπάρχει όμως και ένας χώρος στα μαθηματικά εξίσου σημαντικός όπου οι όποιες λύσεις δε φαίνεται να έχουν κάποια εφαρμογή. Σε αυτό το κομμάτι ο πιο διάσημος είναι ο φίλος μου και συνάδελφός μου στο Πρίνστον, ο Γουάλας, ο οποίος έλυσε το περίφημο πρόβλημα του Φερμά. Ένα πρόβλημα που παρέμεινε άλυτο επί 350 χρόνια».

Το περίφημο Πρίστον συνδέει το Χριστοδούλου με έναν άλλο Έλληνα που διέπρεψε στην Αμερική, το **Χρήστο Παπακυριακόπουλο**, για τον οποίο ο Δοξιάδης διηγείται το εξής: «Όταν κάποτε ρώτησα τον πατέρα της θεωρίας των κατηγοριών Σάμιουελ Άιλενμπεργκ αν υπάρχει κανένας σύγχρονος Έλληνας μαθηματικός στο μέγεθος του Ευκλείδη και του Αρχιμήδη, μου απάντησε χωρίς κανένα δισταγμό: «Φυσικά ο Πάπα!» Η συνεισφορά του στον τομέα που μας απασχολεί; Τρία θεωρήματα που άνοιξαν το δρόμο για την κατανόηση του χώρου: «Λήμμα του Ντεν», «Θεώρημα του Βρόχου», «Θεώρημα του Σφαίρας». Ας προσθέσουμε ότι ήταν δικές του οι βάσεις για τη λύση της εικασίας του Πουανκαρέ που φαίνεται να βρήκε ο Πέρελμαν το 2002.

Στο εξωτερικό διακρίθηκε και ο ακαδημαϊκός πια **Αθανάσιος Φωκάς** που δήλωσε σε πρόσφατη συνέντευξή του: «Οι πιο πολλοί από τους σημαντικούς μαθηματικούς είναι πλατωνιστές. Ο Πλάτωνας μιλούσε για έναν κόσμο ιδεών ο οποίος υπάρχει ανεξάρτητα από εμάς σε μια άλλη πραγματικότητα. Οι πλατωνιστές μαθηματικοί πιστεύουν ότι σε αυτόν ακριβώς τον κόσμο των ιδεών του Πλάτωνα κατοικούν θεμελιώδεις μαθηματικές σχέσεις, τις οποίες εμείς οι μαθηματικοί ή, αν θέλετε, οι πιο πεπειραμένοι μαθηματικοί, προσπαθούμε απλώς να ανακαλύψουμε. Δηλαδή, οι σημερινοί μαθηματικοί δεν δημιουργούν αλλά ανακαλύπτουν»[46].

Δημιουργοί ή εξερευνητές, οι μαθηματικοί ζουν σ' ένα συναρπαστικό κόσμο!

---

[43] Βλ. τις σ. 320 και 325 αντίστοιχα του έργου των Α. Δοξιάδη, Χ. Παπαδημητρίου, Α. Παπαδάτου και Α. Di Donna, εκδ. Ίκαρος

[44] «ο θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκόλντμπαχ», εκδ. Καστανιώτη, σ. 159 - 160

[45] Βλ. συνέντευξη στο *Βήμα* (www.tovima.gr) και στον ιστότοπο *Θαλής και φίλοι*

[46] Βλ. συνέντευξη στην *Καθημερινή*, Kathimerini.gr

# Παράρτημα

**Α. Ανθολόγιο κειμένων**
**Β. Εικόνες**
**Γ. Σχήματα**
**Δ. Βιογραφικά σημειώματα**
**Ε. Ερωτηματολόγιο έρευνας και πορίσματα**

## Α. Ανθολόγιο κειμένων

### Ευκλείδη

***Πρόταση 47 (Ι.47) (Το πυθαγόρειο θεώρημα)*** (σχ. 1)

*Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων που έχουν πλευρές τις κάθετες πλευρές του τριγώνου.*

*Απόδειξη:*

*Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και γωνία Α ορθή. Θα αποδείξουμε ότι (ΒΓΕΔ) = (ΑΒΖΗ) + (ΑΓΚΘ). Ε*

*Επειδή η γωνία ΒΑΓ είναι ορθή, ίση της ΒΑΗ, τα ΗΑ και ΑΓ είναι τμήματα της ίδιας ευθείας όπως και τα ΑΒ, ΑΘ.*

*Επειδή ΑΒ=ΒΖ, ΒΔ=ΒΓ και γωνία ΑΒΔ = ΖΒΓ = 1 ορθή + Β, τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΖΒΓ είναι ίσα, οπότε (ΑΒΔ) = (ΖΒΓ) ή (ΑΒΔ) = 1/2 · (ΒΔΛΜ) = (ΖΒΓ) = ½ (ΑΒΖΗ).*

*Ομοίως (ΑΓΕ) = ½ (ΓΜΛΕ) = (ΚΓΒ) = ½ (ΑΓΚΘ).*

*Οπότε (ΒΔΛΜ) + (ΓΜΛΕ) = (ΒΓΕΔ) = (ΑΒΖΗ) + (ΑΓΚΘ).*

*Όπερ έδει δείξαι.*

***Πρόταση 11 (ΙΙ.11) Κατασκευή της «συνεχούς διαίρεσης»***
***«Χρυσή τομή»*** (σχ. 2)

*Να διαιρεθεί δοσμένο τμήμα ώστε το ορθογώνιο που ορίζει το τμήμα και το ένα μέρος του να είναι ισοδύναμο με το τετράγωνο που έχει πλευρά το άλλο μέρος.*

*Απόδειξη:*

*Ζητάμε να προσδιορίσουμε σημείο Θ του ΑΒ, ώστε* $ΑΒ\cdot ΘΒ = ΑΘ^2$

*Θα κατασκευάσουμε τετράγωνο ΑΒΔΓ και το μέσο Ε του ΑΓ. Φέρουμε την ΒΕ και στην προέκταση του ΓΑ παίρνουμε ΕΖ = ΕΒ και κατασκευάζουμε το τετράγωνο ΑΖΗΘ. Θα αποδείξουμε ότι το Θ είναι το ζητούμενο σημείο.*

*Προεκτείνουμε την ΗΘ, η οποία τέμνει τη ΓΔ στο Κ. Σύμφωνα μα την πρόταση 6, το ορθογώνιο που ορίζουν οι ΓΖ, ΖΑ μαζί με το τετράγωνο πλευράς ΕΖ, δηλαδή:*

$ΓΖ \cdot ΑΕ^2 = ΕΖ^2$ *(1)*

*Αλλά ΕΖ = ΕΒ, άρα η (1) γίνεται*

$ΓΖ \cdot ΖΑ + ΑΕ^2 \cdot ΕΒ^2$ *(2)*

*Όμως* $ΕΒ^2 = ΕΑ^2$

*Άρα* $ΓΖ \cdot ΖΑ + ΑΕ^2 = ΕΑ^2 + ΑΒ^2$ *ή* $ΓΖ \cdot ΖΑ = ΑΒ^2$

*ή (ΖΗΚΓ) = (ΑΒΔΓ) (3)*

*Αν αφαιρέσουμε από τα μέλη της (3) το (ΑΘΚΓ), θα πάρουμε (ΑΖΗΘ) = (ΘΒΔΚ) ή* $ΑΘ^2 = ΑΒ \cdot ΘΒ$*, δηλαδή το Θ είναι το ζητούμενο σημείο.*

*Όπερ έδει ποιήσαι.*

**Ιωάννης Γεωμέτρης**

***ρλζ΄, Στον πατέρα μου***[47]

*Σ' αγκάλιαζα και σαν αρρώστησες ακόμα*
*κι όταν ξεψύχησες σου σφάλισα τα μάτια*
*και σου 'πλυνα το σώμα για φορά στερνή,*
*και κουβαλώντας σε στον ώμο μου ένα μήνα*
*με μύριους κόπους από χώρα μακρινή*
*σ' έφερα στη γυναίκα σου και την πατρίδα*
*και σ' έκρυψα στον τάφο σου και την καρδιά μου,*
*το τελευταίο εγώ παιδί σου, ο Ιωάννης,*
*και στην εικόνα σου έγραψα, πατέρα: λέξη*
*γλυκιά, «πατέρας», όμως όχι όσο η μορφή σου –*
*μικρό μνημείο της απέραντής μου αγάπης.*

**Νικόλαος Γεννηματάς**

***Φθινόπωρο***[48]

*Κάτω απ' το δέντρο που καθίσαμε*
*Και πρωτομίλησε η καρδιά μας,*
*Κάτω απ' το δέντρο που πρωτάκουσε*
        *Τα μυστικά μας,*

*Μονάχος πήγα χτες και κάθισα…*
*Γύρω κλαδιά ξεγυμνωμένα·*
*Κι' από τα φύλλα που μας άκουσαν*
        *Δε βρίσκετ' ένα!*

*Κάτω απ' το δέντρο που καθίσαμε*
*Έννοιωσα χτες ανατριχίλα:*
*Μη κ' η αγάπη μας είν' έτσι πρόσκαιρη*
        *Καθώς τα φύλλα;*

*Παρήγορη φωνή αποκρίθηκε*
*Στη σκέψη και στο στεναγμό μου:*
*Θάν' η αγάπη σας χιλιόχρονη*
        *Σαν τον κορμό μου.*

[47] Μετάφραση του Γιώργου Βαρθαλίτη, στο «Ιωάννης ο Γεωμέτρης, Οχτώ ποιήματα», Ποίηση 23, σ. 157.
[48] Στο άρθρο του Σεραφείμ Τσιτσά, «Ένας αγνοούμενος ποιητής, Νικόλαος Γεννηματάς», Ηπειρωτική Εστία, 18, 1969, σ. 375.

**Γιώργος Βαφόπουλος**

***Ο μεγάλος κώνος***[49]

*Ας δεχθούμε πως η δομή του κόσμου*
*είν' ένας κώνος, που απ' τη βάση ως την κορυφή του*
*διατρέχεται από μια γραμμή σπειροειδή.*

*Ο άνθρωπος του οιδιπόδειου αινίγματος*
*ξεκινά την αυγή, πάνω στ' αχνάρια της γραμμής,*
*με τα τέσσερα πόδια. Στα μισά του δρόμου*
*στυλώνεται στα δυο του, για να ιδεί κατάματα*
*τον ήλιο του λαμπρού μεσημεριού.*
*Και το βράδυ φθάνει στην κορυφή του κώνου,*
*σέρνοντας τώρα το τρίτο του ποδάρι,*
*έτοιμος ν' αντικρίσει τη μεγάλη δύση.*

*Αλλ' έμεινε ατελής του αινίγματος η λύση.*
*Παραλείφθηκε η εκδοχή της τελευταίας*
*οριζοντιώσεως. Κι ακόμα η αλληγορία*
*του λίκνου και του φέρετρου, που ήσαν δεμένα*
*στις δυο άκρες της σπειροειδούς γραμμής του κώνου.*

*Ο κώνος θα μπορούσε νάναι κ' ένας κύβος,*
*σαν εκείνον του Καίσαρος, που «ερρίφθη» στο Ρουβίκωνα.*
*Κι ακόμα θα μπορούσε νάναι κ' ένας κύκλος,*
*όμοιος με το αλώνι του Διγενή Ακρίτα.*

*Το σχήμα του στερνά ο καθείς ανακαλύπτει,*
*κατά τον κόσμο που στη φύση του ταιριάζει.*
*Είναι άνθρωποι τετράγωνοι, ίσιοι ή τεθλασμένοι,*
*που βολεύονται μέσα στο περίγραμμά τους.*
*Κ' είναι άλλοι πρηνείς και πεπλατυσμένοι,*
*Που αρκούνται «μετριοφρόνως» σε μια τάβλα.*

*Όμως εγώ επιμένω στου μεγάλου κώνου*
*το πολυσήμαντο σχήμα, όπου σ' έναν κύκλο*
*αλλεπάλληλων ενιαυτών, τα βήματά μου*
*οδηγήθηκαν με περίσκεψη προς την κορφή του,*
*ανάμεσ' απ' άνθη, πέτρες και σκιές θανάτου.*

*Στέκομαι τώρα στο στερνό σκαλί της σπείρας*
*κι αναμετρώ τα στάδια της μακράς πορείας μου.*
*Θάναι μάταιο το χέρι μου να υψώσω,*
*αφού δε βλέπω να μου απλώνεται άλλο χέρι.*

*Όσοι γνωρίζανε πως στην κορφή του κώνου*

[49] Από τη συλλογή *Τα επιγενόμενα*, 1977

*του υποχθόνιου πυρός έχασκε ο αρχαίος κρατήρας,*
*ήδη μπορούνε να εξηγήσουν την προτίμησή μου*
*προς το υπερούσιο σχήμα του μεγάλου κώνου.*
*Καθώς πια δεν υπάρχει ανάληψη στους ουρανούς,*
*μου αρκεί το έσχατο πήδημα του Εμπεδοκλέους.*

**Έκτωρ Κακναβάτος**

### *[Κωνικός Νοέμβρης]*[50]

*Εκείνους τους χρόνους άκουγες: αχ*
*ευκαιρία που χάθηκε με τη σπληνεκτομή.*
*Εσύ πηγαίνοντας κατά τα Πατήσια ή ετούτο:*
*πόσες μέρες ακόμη του μένουνε του ήλιου;*
*Τα τανκς μεταδοτικά δισύλλαβα άνοιγαν δρόμο*
*του βροντόσαυρου, καταμεσί οδόφραγμα*
*κωνικός Νοέμβρης,*
*μετρούσες, πάλι ακέφαλο έψιλον πετρωμένο ήτα*
*το άλφα πολτός από τον φάλαγγα.*
*Στο στενό τι ήθελες μ' εκείνη την αφίσσα*
*εσύ ένας σκύλος σε στάση εμετού;*
*Σου είπα μη από τα φαρμακεία τους μην περνάς*
*σου τη στήνουν πάλι ούθε κι αν περάσεις*
*πρόσεχε πού πατάς πρόσεχε τις πρόκες,*
*εσένα το λέω με την ουρανομήκη ανεμόσκαλα*
*φωλιά του πυρετού, ερωδιέ,*
*με τα βροντώδη τσόκαρα.*

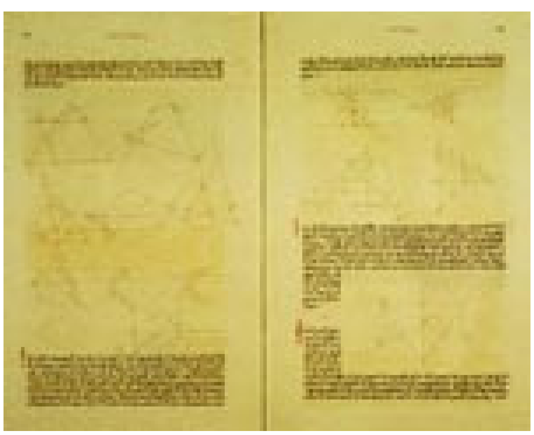
---

[50] Από τη συλλογή *οδός Λαιστρυγόνων*, Κείμενα, 1978, σ. 30 – 31.

## Β. Εικόνες

Λεπτομέρεια της Σχολής των Αθηνών του Ραφαήλ, στην οποία εικονίζεται ο Ευκλείδης να παρακολουθεί απόδειξη του Πυθαγόρα.

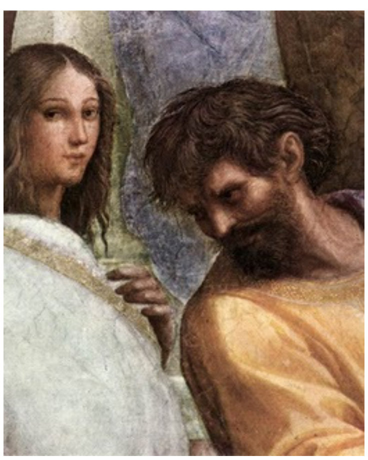
Κώδικας των Στοιχείων



Κώδικας των Κωνικών

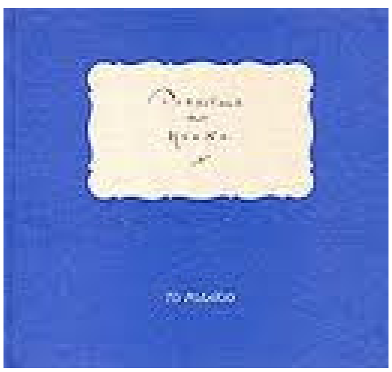
Κώδικας της Συναγωγής

Κώδικας της Συντάξεως

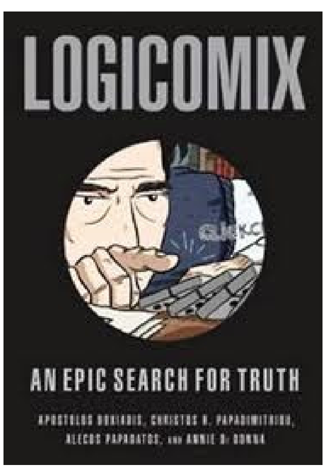


Άλλη λεπτομέρεια της *Σχολής των Αθηνών*, στην οποία εικονίζονται η Υπατία και ο Παρμενίδης (;)


Από το βιβλίο του Τόλαντ

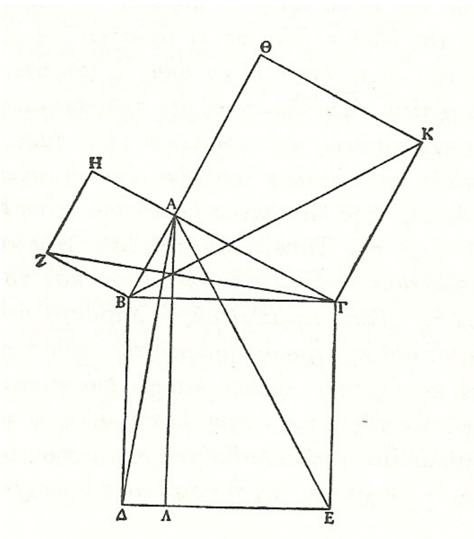


Το εξώφυλλο της έκδοσης των *Τραγουδιών του Χάινε*

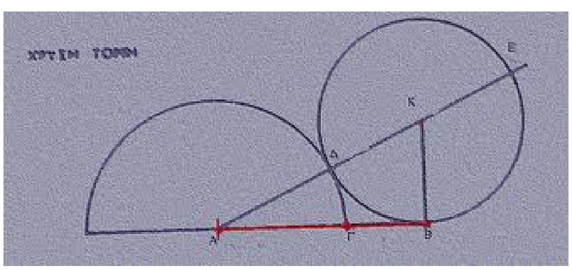



Αγγλική έκδοση του μπεστ – σέλλερ του Δοξιάδη

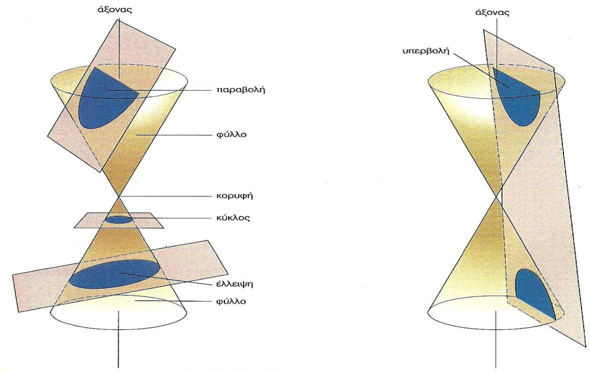
## Γ. Σχήματα:




Ι. Το πυθαγόρειο θεώρημα




ΙΙ. Της τομής ευθείας κατά μέσο και άκρο λόγο
(«χρυσή τομή»)




**Κωνικές τομές.** *Οι διάφορες μορφές κωνικών τομών σχηματίζονται, όπως φαίνεται στο σχήμα, κατά την τομή ενός κώνου με ένα επίπεδο, γεγονός το οποίο δίνει και το όνομα «κωνικές τομές».*

## ΙΙΙ.Κωνικές τομές

## Δ. Βιογραφικά σημειώματα[51]

**Ευκλείδης** (~ 325 – 265π.Χ.): γεννήθηκε, δίδαξε και πέθανε στην Αλεξάνδρεια.. Για τη ζωή του δε γνωρίζουμε πολλά, εκτός από ελάχιστες πληροφορίες τρίτων. Πιθανότατα σπούδασε στην Ακαδημία του Πλάτωνα. Θεωρείται ο πατέρας της Γεωμετρίας. Το πιο γνωστό έργο του είναι τα περίφημα *Στοιχεία*, που αποτελούνται από 13 βιβλία.

**Απολλώνιος ο Περγαίος** (260 – 170 π.Χ.): γεννήθηκε στην Πέργη της Παμφυλίας και σπούδασε στην Αλεξάνδρεια με καθηγητές τους μαθητές του Ευκλείδη. Το έργο του *Κωνικά* του εξασφάλισε τον τίτλο του μεγάλου Γεωμέτρη.

**Κλαύδιος ο Πτολεμαίος** (~ 127 – 15 μ.Χ.): φυσικός φιλόσοφος. Έζησε στην Αλεξάνδρεια. Το σπουδαιότερο έργο του, *Μεγίστη σύνταξις*, σώθηκε στα αραβικά ως Al Magest και αποτέλεσε ένα από τα κείμενα που έδωσαν ώθηση στην αστρονομία των Αράβων.

**Πάππος ο Αλεξανδρεύς** ($3^{ος}$ – $4^{ος}$ αι.μ.Χ.): γεννήθηκε στην Αλεξάνδρεια και έζησε στα χρόνια του Διοκλητιανού. Θεωρείται από τους τελευταίους Έλληνες μαθηματικούς. Έγραψε σχόλια στα «Στοιχεία» του Ευκλείδη, στη «Μαθηματική Σύνταξη» του Πτολεμαίου κ.ά., που όμως έχουν χαθεί. Έχει διασωθεί το μεγαλύτερο μέρος της «Συναγωγής» του, συγκέντρωσης δηλ. και σχολιασμού από τον ίδιο των σπουδαιότερων μαθηματικών ευρημάτων του ελληνικού κόσμου.

[51] Βασική πηγή, όπου δεν αναφέρεται άλλη, η Wikipedia.

 **Ήρων ο Αλεξανδρεύς** ( $1^{ος}$ π.Χ. ή $1^{ος}$ μ.Χ. αι.): Έζησε στην Αλεξάνδρεια και διετέλεσε διευθυντής της περίφημης Ανώτατης Τεχνικής Σχολής της πόλης. Ήταν γνωστός και ως Ήρων ο Κτησιβίου, ως μαθητής του Μαθηματικού και εφευρέτη Κτησίσβιου. Η πιο διάσημη δική του εφεύρεση ήταν η αιολόσφαιρα ή ατμοστρόβιλος, η πρώτη ατμομηχανή στην ιστορία.

 **Υπατία** (364 – 415 μ.Χ.): κόρη του μαθηματικού Θέωνα, έζησε στην Αλεξάνδρεια και παρήγαγε σπουδαίο έργο στα μαθηματικά και τη φιλοσοφία. Δολοφονήθηκε με φρικτό τρόπο από όχλο χριστιανών με την κατηγορία της μαγείας.

**Ιωάννης ο Γεωμέτρης ή Κυριώτης**: ένας από τους σημαντικότερους Βυζαντινούς ποιητές. Έζησε το $10^{ο}$ αι. Ακολούθησε το στρατιωτικό στάδιο και μετά την απόλυσή του από τα δημόσια αξιώματα πήγε στη μονή Σουδίου Μας σώζεται μια πολύ πλούσια συλλογή επιγραμμάτων με ποικίλα θέματα: ιστορικά, λογοτεχνικά, μυθολογικά, σχετικά με τη ιστορία της τέχνης, τη γεωγραφία, και επιτάφια επιφανών ανδρών της εποχής του. Πιθανόν να σπούδασε ο ίδιος Γεωμετρία ή να οφείλει το προσωνύμιο στον πατέρα του.[52]

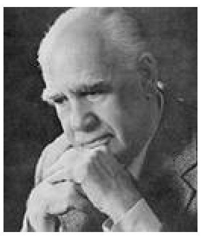
 **Καραθεοδωρή Κωνσταντίνος** (Βερολίνο, 1873 – Μόναχο, 1950): ο κορυφαίος Έλληνας μαθηματικός και ένας από τους μεγαλύτερους του $20^{ου}$ αιώνα στον κόσμο σπούδασε πολιτικός μηχανικός στο Βέλγιο και το 1895 αποφοίτησε από τη Στρατιωτική Σχολή του Βελγίου. Το 1905 έγινε υφηγητής στο Πανεπιστήμιο του Γκέτιγκεν. Το 1920 ο Βενιζέλος του ανέθεσε την οργάνωση του Πανεπιστημίου Σμύρνης. Τον πρόλαβε η καταστροφή και το 1923 – 24 βρέθηκε ως καθηγητής στην Αθήνα. Στη συνέχεια έγινε καθηγητής στο Μόναχο, όπου παρέμεινε μέχρι το θάνατό του. Συνεισέφερε ιδιαίτερα στους τομείς της πραγματικής ανάλυσης, της συναρτησιακής ανάλυσης και της θεωρίας μέτρου και ολοκλήρωσης.[53]

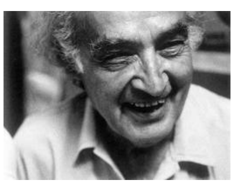
---

[52] Herbert Hunger, *Βυζαντινή Λογοτεχνία*, τόμος Β΄, Μ.Ι.Ε.Τ., 1997, σ. 593 και Γιώργος Βαρθαλίτης, «Ιωάννης ο Γεωμέτρης, Οχτώ ποιήματα», περ. Ποίηση, 23, Άνοιξη – Καλοκαίρι 2004, σ. 151 - 158

[53] Αφιέρωμα στον Κ. Καραθεοδωρή, *Ιστορικά*, 13 Νοεμβρίου 2003, σ. 32.

 **Γεννηματάς Νικόλαος** (Αθήνα 1875 – Βιέννη 1931): σπούδασε στο Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο και στο Πανεπιστήμιο του Μονάχου. Το 1913 αναλαμβάνει καθήκοντα καθηγητή στο Πολυτεχνείο, ενώ στο διάστημα 1917 – 1927 δίδαξε στην Ανωτέρα Δασολογική Σχολή και από το 1928 στη Σχολή Τεχνικής Εκπαιδεύσεως Αξιωματικών Πυροβολικού Θεωρητική Μηχανική. Το πλούσιο επιστημονικό του έργο αναγνωρίστηκε διεθνώς. Το ενδιαφέρον του για τη Λογοτεχνία κρατά για όλη τη ζωή του. Τα ποιήματά του, υπό τον τίτλο *Τραγούδια* εκδίδονται από την «Εταιρεία Π.Δ. Σακελλαρίου» το 1930. Πέθανε την επόμενη χρονιά. Σύμφωνα με την τελευταία επιθυμία του, η καρδιά του φυλάσσεται στο Πολυτεχνείο.[54]

 **Βαφόποπουλος Γεώργιος** (1903 - 1996): γεννήθηκε στη Γευγελή και έζησε στην Έδεσσα, το Φανό, τη Γουμένισσα και τη Θεσσαλονίκη. Γράφτηκε στη Μαθηματική Σχολή της Αθήνας, αλλά λόγω της προσβολής του από φυματίωση επέστρεψε το 1924 στη Θεσσαλονίκη όπου ανέλαβε τη διεύθυνση του περιοδικού «Μακεδονικά Γράμματα». Το 1932 διορίστηκε στο Δήμο της πόλης και το 1938 ίδρυσε τη Δημοτική Βιβλιοθήκη, της οποίας υπήρξε διευθυντής ως το 1963. Το 1983, με δωρεά του ίδιου και της συζύγου του, ιδρύθηκε το Βαφοπούλειο Πολιτιστικό Κέντρο Θεσσαλονίκης.

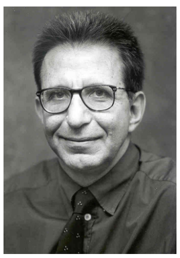
 **Κακναβάτος Έκτωρ** (ψευδώνυμο του Γιώργου Κοντογιώργη) (1920 – 2010): γεννήθηκε στον Πειραιά. Σπούδασε μαθηματικά στην Αθήνα και εργάστηκε ως ιδιωτικός εκπαιδευτικός και, αργότερα, ως εκπαιδευτικός σύμβουλος του Υπουργείου Παιδείας. «Είναι ο συνεπέστερος εκπρόσωπος του υπερρεαλισμού στην ελληνική ποίηση (μαζί με τον Εγγονόπουλο) και ίσως ο ακραιφνέστερος.»[55]

---

[54] Στον τόμο «Τραγούδια του Χάινε», εκδ. *Το ροδακιό*, 1997.

[55] Δημοσθένης Κούρτοβικ, *Έλληνες μεταπολεμικοί συγγραφείς, ένας κριτικός οδηγός*, εκδ. Πατάκη, 1995, σ. 112 – 113.

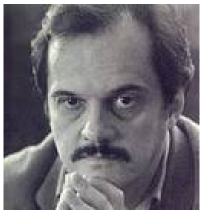
**Παπακυριακόπουλος Χρήστος** (1914 – 1976): γεννήθηκε στο Χαλάνδρι, φοίτησε στη Βαρβάκειο και σπούδασε στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Ε.Μ.Π. και στη Μαθηματική Σχολή του Πανεπιστημίου Αθηνών, όπου και εργάστηκε ως βοηθός του καθηγητή Ν. Κρητικού. Απολύθηκε λόγω των πεποιθήσεών του το 1946 προσκλήθηκε στο Πρίνστον, όπου και εργάστηκε ως ερευνητής κυρίως στο χώρο της τοπολογίας – με σπουδαίες διακρίσεις - ως το τέλος της ζωής του.



**Φωκάς Αθανάσιος** (γενν. 1938): κατάγεται από το Αργοστόλι. Σπούδασε αεροναυπηγική στο Imperial College του Λονδίνου και ιατρική στο Μαϊάμι. Το 1986 εξελέγη καθηγητής του τμήματος μαθηματικών και ηλεκτρονικών υπολογιστών στο πανεπιστήμιο Clarkson κα το 1996 ανέλαβε την έδρα εφαρμοσμένων μαθηματικών του Imerial College και το 2002 την έδρα μη γραμμικής μαθηματικής επιστήμης του Cambridge. Το 2005 εξελέγη τακτικό μέλος της Ακαδημίας Αθηνών. Για το επιστημονικό του έργο έχει τιμηθεί πολλές φορές.

**Χριστοδούλου Δημήτριος** (1951): γεννήθηκε στην Αθήνα. Ανακηρύχθηκε διδάκτορας του Πρίνστον το 1971. Σειρά δημοσιεύσεων και διακρίσεων, με κορυφαία τη βράβευσή του με το Shaw Prize, τον καθιστά ένα από τους σημαντικότερους μαθηματικούς του κόσμου.

**Μιχαηλίδης Τεύκρος** (1954): γεννήθηκε στην Αθήνα. Είναι διδάκτωρ των μαθηματικών του Πανεπιστημίου Pierre et Marie Curie (Paris VI). Από το 1981 διδάσκει μαθηματικά στη Μέση Εκπαίδευση. Έχει επιμεληθεί και μεταφράσει πλήθος μελετών και άλλων έργων.

 **Δοξιάδης Απόστολος** (1953): γεννήθηκε στην Αυστραλία και μεγάλωσε στην Ελλάδα. Στα 15 του χρόνια έγινε δεκτός στο Πανεπιστήμιο Κολούμπια της Νέας Υόρκης, όπου σπούδασε μαθηματικά. Έχει σκηνοθετήσει στο θέατρο και τον κινηματογράφο.

# Ε Ρ Ω Τ Η Μ Α Τ Ο Λ Ο Γ Ι Ο

**Ηλικία**: 15 – 30 ☐ 30 – 50 ☐ 50 άνω ☐

**Φύλο**: άνδρας ☐ γυναίκα ☐

**Μορφωτικό επίπεδο**: πρωτοβάθμια ☐ δευτεροβάθμια ☐ τριτοβάθμια εκπαίδευση ☐

**Ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά**:

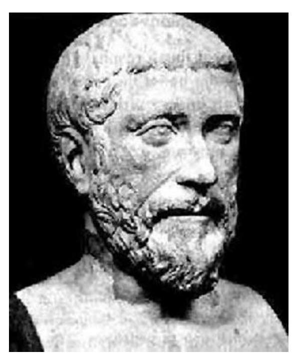
Μεγάλο ☐
Αρκετό ☐
Λίγο ☐
Καθόλου ☐

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**

1. Χρησιμεύουν τα μαθηματικά στην καθημερινή σας ζωή σας και πού;

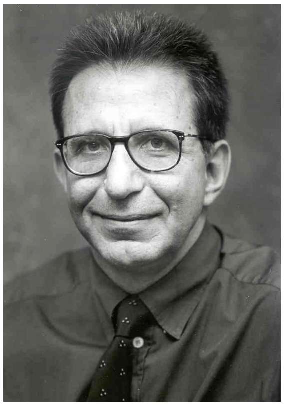
Σπουδές: ☐
Δουλειά: ☐
Άλλο: …………………. ☐

2. Ποιος από τους εικονιζόμενους δεν είναι Έλληνας μαθηματικός;



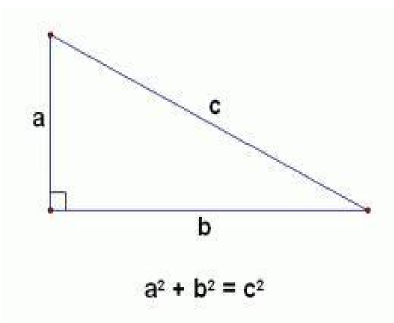
☐ ☐ ☐

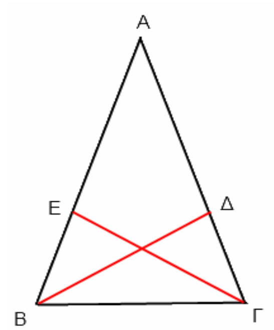
3. Ποιος από τους εικονιζόμενους μαθηματικούς είναι και καλλιτέχνης;

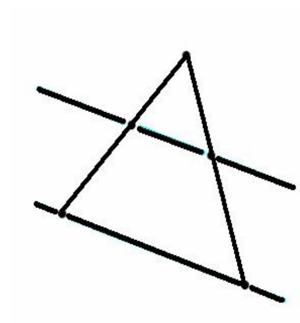


☐ ☐ ☐

4. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα παριστάνει το Πυθαγόρειο Θεώρημα;



☐ ☐ ☐

5. Ποια από τις παρακάτω εκφράσεις αποτελεί τμήμα μαθηματικής διατύπωσης;

‘‘Ή ταν ή επί τας’’ ☐

‘‘Όπερ έδει δείξαι’’ ☐

‘‘Ήξεις αφίξεις ουκ εν τω πολέμω θνήξεις’ ☐

6. Ποιον Έλληνα μαθηματικό (αρχαίο ή σύγχρονο) θεωρείτε σημαντικό;

…………………………………………………………………

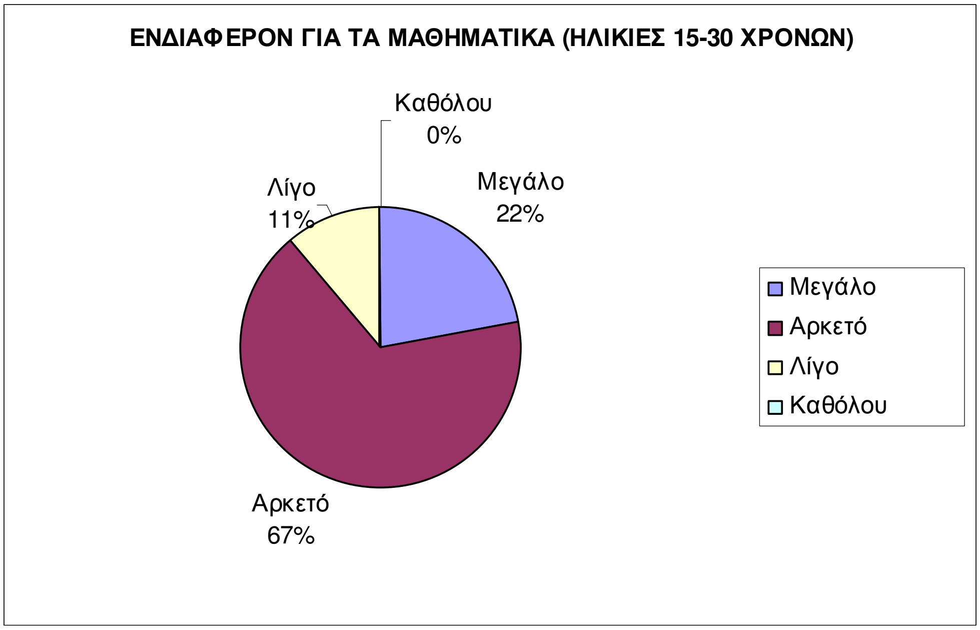
…………………………………………………………………

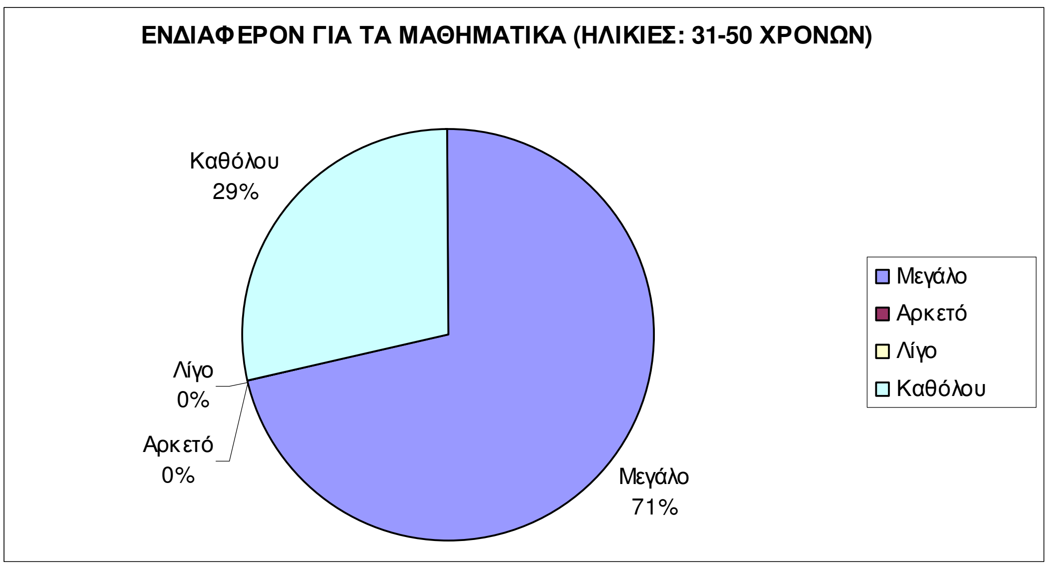
7. Έχετε να μας προτείνετε κάποιον που πιθανώς έχουμε ξεχάσει;

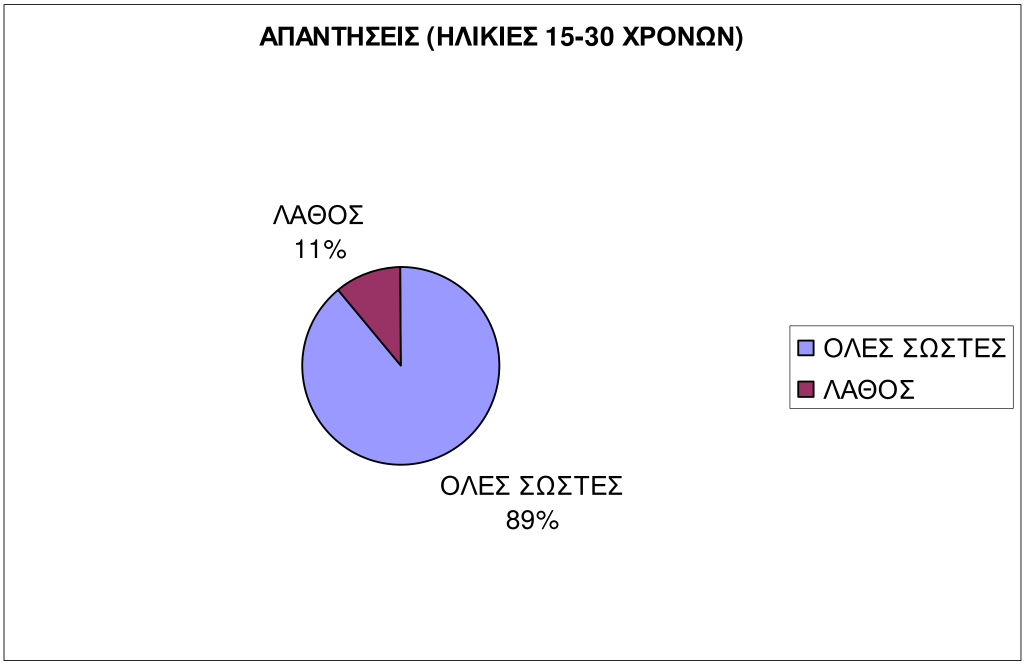
…………………………………………………………………

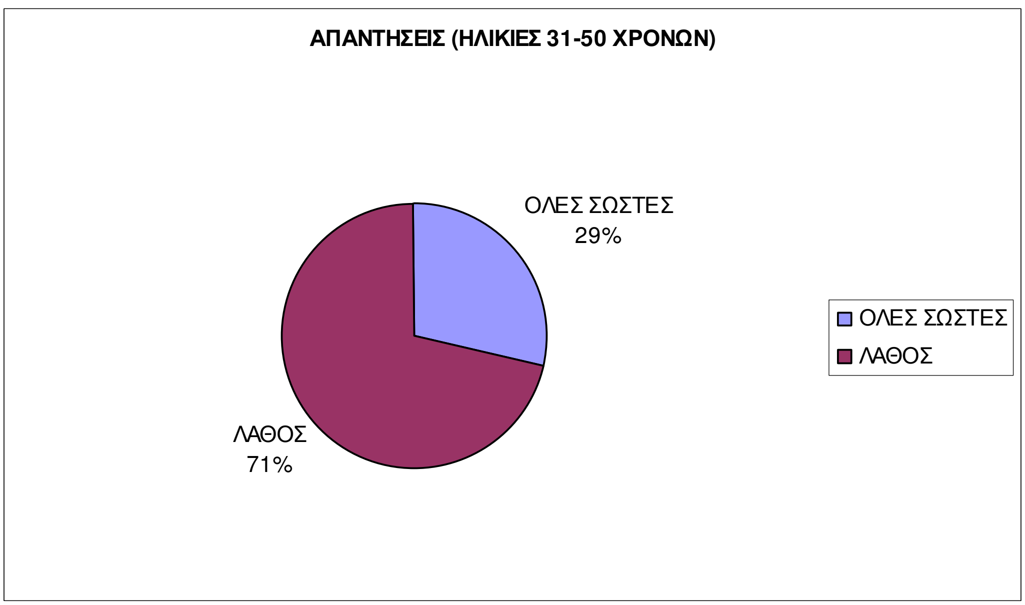
…………………………………………………………………

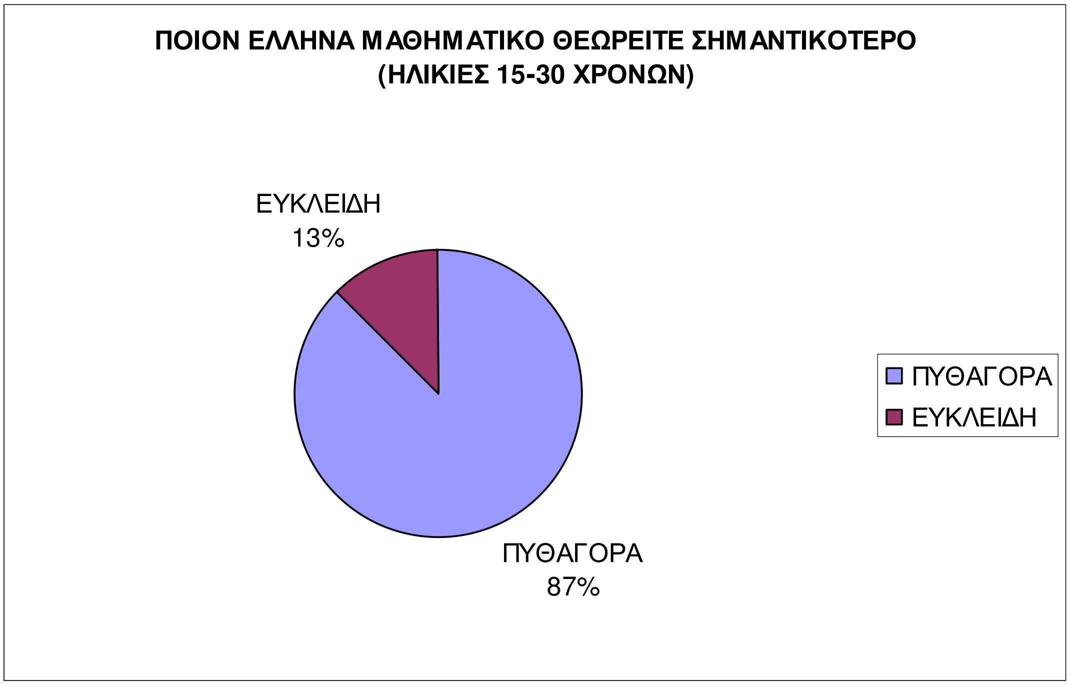
*Ε Υ Χ Α Ρ Ι Σ Τ Ο Υ Μ Ε*

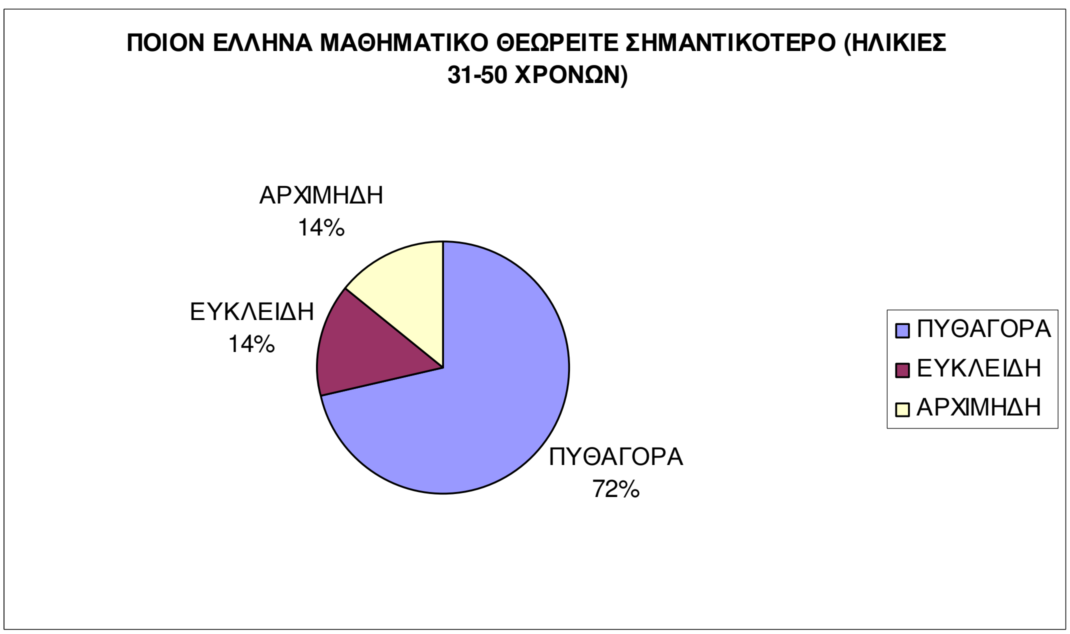

ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΗΛΙΚΙΕΣ 15-30 ΧΡΟΝΩΝ)
Καθόλου 0%
Μεγάλο 22%
Λίγο 11%
Αρκετό 67%
Μεγάλο
Αρκετό
Λίγο
Καθόλου


ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΗΛΙΚΙΕΣ: 31-50 ΧΡΟΝΩΝ)
Καθόλου 29%
Λίγο 0%
Αρκετό 0%
Μεγάλο 71%
Μεγάλο
Αρκετό
Λίγο
Καθόλου


ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (ΗΛΙΚΙΕΣ 15-30 ΧΡΟΝΩΝ)
ΛΑΘΟΣ
11%
ΟΛΕΣ ΣΩΣΤΕΣ
89%
ΟΛΕΣ ΣΩΣΤΕΣ
ΛΑΘΟΣ


ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (ΗΛΙΚΙΕΣ 31-50 ΧΡΟΝΩΝ)
ΟΛΕΣ ΣΩΣΤΕΣ
29%
ΛΑΘΟΣ
71%
ΟΛΕΣ ΣΩΣΤΕΣ
ΛΑΘΟΣ


ΠΟΙΟΝ ΕΛΛΗΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΘΕΩΡΕΙΤΕ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΕΡΟ
(ΗΛΙΚΙΕΣ 15-30 ΧΡΟΝΩΝ)
ΕΥΚΛΕΙΔΗ
13%
ΠΥΘΑΓΟΡΑ
87%
ΠΥΘΑΓΟΡΑ
ΕΥΚΛΕΙΔΗ


ΠΟΙΟΝ ΕΛΛΗΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΘΕΩΡΕΙΤΕ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΕΡΟ (ΗΛΙΚΙΕΣ
31-50 ΧΡΟΝΩΝ)
ΑΡΧΙΜΗΔΗ
14%
ΕΥΚΛΕΙΔΗ
14%
ΠΥΘΑΓΟΡΑ
72%
ΠΥΘΑΓΟΡΑ
ΕΥΚΛΕΙΔΗ
ΑΡΧΙΜΗΔΗ

**Βιβλιογραφία**:


Α. Πηγές – κείμενα:

Ευκλείδη «Στοιχεία», σύγχρονη απόδοση με εισαγωγή, επεξηγήσεις και σχολιασμό, τόμοι 3, εκδ. του Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., Αθήνα 2001,

Εμπεδοκλής, σειρά *Προσωκρατικοί*, εκδ. Κάκτος

Ηροδότου *Ιστορίαι*, εκδ. Επικαιρότητα, 1998

Βαφόπουλος Γιώργος, *Τα επιγενόμενα*, 1977, στα «Άπαντα τα ποιητικά», εκδ. Παρατηρητής, 1990

Γεννηματάς Νικόλαος, *Τα τραγούδια του Χάινε*, εκδ. Το ροδακιό, 1997

Δάλλας Γιάννης, *Ανατομία*, εκδ. Κείμενα, 1971

Δοξιάδης Απόστολος, Ο *θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ*, εκδ. Καστανιώτης, 1992

Δοξιάδης Α., Παπαδημητρίου Χ., Παπαδάτος Α. Di Donna A., *Logicomix*, εκδ.Ίκαρος

Κακναβάτος Έκτωρ, *Οδός Λαιστρυγόνων*, εκδ. Κείμενα 1978

*Βραχέα και μακρά*, εκδ. Άγρα

*Χαοτικά Ι*, εκδ. Άγρα

Μιχαηλίδης Τεύκρος, *Τα τέσσερα χρώματα του καλοκαιριού*, εκδ. Πόλις 2011

Χάινε, Μεταφράσεις ποιημάτων του, εκδ. Σοκόλη

Β. Βοηθήματα (εγκυκλοπαίδειες, μελέτες, πραγματείες):

Grand Larusse, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, τόμος 7

Heath Thomas, *Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών,* εκδ. Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ, 2001

Hunger , *Βυζαντινή Λογοτεχνία*, τόμοι 2, εκδ. Μ.Ι.Ε.Τ., 1997

Lloyd G.E.R., *Αρχαία Ελληνική Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2005

Vitti Mario, *Η γενιά του '30*, εκδ. Ερμής, 1978

Αργυρίου Αλέξανδρος, *Διαδοχικές αναγνώσεις Ελλήνων υπερρεαλιστών*, εκδ. Γνώση, 1990

Κούρτοβικ Δημοσθένης, *Έλληνες μεταπολεμικοί συγγραφείς, ένας κριτικός οδηγός*, εκδ. Πατάκη, 1995

Σαββίδης Γιώργος, *Το εφήμερον σπέρμα*, εκδ. Ερμής, 1978

Στεργιόπουλος Κώστας, *Από το συμβολισμό στη νέα ποίηση*, 1967

Γ. Περιοδικά – Ένθετα εφημερίδων:

*Δοκιμασία*, τεύχος 4, 1973

*Η Λέξη*, τεύχος 101, 1991

*Ιστορικά*, 13 /11/2003

*«Κ»*, Νοέμβριος 2011

*Ηπειρωτική Εστία*, τόμος 18, 1968

*Ποίηση*, εκδ. Νεφέλη, τεύχος 23

Το Βήμα, *Βιβλία*, 20 /11/ 11


**Δικτυογραφία**:


www.foundalis.com (για το πρωτότυπο κείμενο των «Στοιχείων»)

di-matzi.blogspot.com

sfrang.com/selides/mm1/html/Euklid.htm

www.mathfoni.gr

users.sch.gr/geoman22/sel-maths.htm

mathimaticatetradia.blogspot.com

www.thalesandfrieds.org/gr/

eisatopon.blog.spot